

# Закони за регулиране. Методи за синтез и настройка на непрекъснати регулатори. Екстремални управляващи системи.

## 2.1 Закони за регулиране.

Динамичните свойства на системите за автоматично регулиране при реализация на първия етап от проектирането им могат да се окажат незадоволителни по отношение на предявените към тях изисквания. Системата за автоматично регулиране може да се окаже неустойчива. Дори и в случаите, когато тя е устойчива, могат да бъдат неприемливи получените качествени показатели. Например преходният процес има значително времетраене, големи максимални динамични отклонения и значителен брой на колебанията.

Такива системи се нуждаят от коригиране или още се нарича компенсиране. Това се осъществява чрез въвеждане на допълнителни устройства в структурата на системата, които в зависимост от предназначението си, се наричат коригиращи устройства или компенсатори. По-често използвано е първото наименование.

Физическата реализация на коригиращите устройства трябва да се оформят в такива конструкции, които позволяват сравнително просто да се регулират техните параметри в значителни граници.

Видовете и начините на включване на коригиращите устройства са различни в зависимост от това, какъв недостатък на системата трябва да се отстрани.[2]

При синтеза на системи за автоматично регулиране винаги съществуват сериозни ограничения по отношение на числените стойности на параметрите на отделните звена, а също и по отношение на избора на структурната схема на системата като цяло. Неподлежащи на промяна обикновено са характеристиките и параметрите на обекта за регулиране. Почти напълно е ограничен изборът на функционалните елементи, от които се изгражда системата за автоматично регулиране. Това са измерителни и захранващи устройства, усилватели, изпълнителни органи и др. Следователно системата може да се раздели на две основни части: изменяема и неизменяема. Именно първата част се изгражда от коригиращите устройства.

Корекцията на системите за автоматично регулиране е типична задача за синтез, тъй като тя решава въпроса за изясняване на типа, броя и начина на свързване на допълнителните устройства в структурната схема, за да се осигурят предварително зададените характеристики.

В основата на изграждането на рационална структурна схема на проектираната система за автоматично регулиране може да бъде заложена едноконтурна система, която се състои от тракт и главна обратна връзка, с която се затваря системата. Параметрите на обратната връзка ( дълбочина и коефициент на усилване ) се избират като се изхожда от зададените условия за работа на системата за автоматично регулиране в установен режим. Конструктивните елементи, като обекти на регулиране, захранващи устройства, преобразуватели, усилватели, изпълнителни органи и др., се комплектоват от начални стандартни съоръжения. Вземат се предвид необходимите енергийни мощности и изискванията към статичните им характеристики в дадения диапазон на изменение на регулируемата величина. С това завършва първия етап от проектирането. При втория етап се изяснява, дали така проектираната система осигурява зададените качествени показатели и ако не е така, по какъв начин трябва да се подобрят тези показатели.

В случай, че системата не притежава необходимите динамични свойства, трябва да се внесе изменение в първоначално избраната структурна схема в посока към подобряване на качеството на регулиране. Това изменение се извършва по следните два начина: изменя се изходната структурна схема или се внасят допълнителни промени в нея с помощта на коригиращи устройства. Те се избират така, че да имат лесно регулируеми параметри. Осъществяването на задачата за синтез по втория начин е за предпочитане, тъй като при него се използва първоначално избраната структурна схема, изградена въз основа на условията за осигуряване на желаните статични режими на работа на системите за автоматично регулиране.

Корекцията на системата се осъществява, като коригиращите вериги се свържат в останалите звена на изследваната система по следните три начина :

- Коригиращото устройство се свързва последователно в тракта на системата в определена нейна точка.
- Коригиращото устройство се свързва паралелно с тракта на системата, като мястото му може да бъде в местната ( вътрешната ) или в главната ( външна ) обратна връзка.
- Коригиращите устройства могат да бъдат въведени едновременно в структурната схема, свързани както последователно, така и паралелно по отношение на тракта на системата за автоматично регулиране.

В зависимост от изброените начини на свързване в теорията на линейните системи за автоматично регулиране се разглеждат съответно: последователна, паралелна и комбинирана корекция на системите за автоматично регулиране.

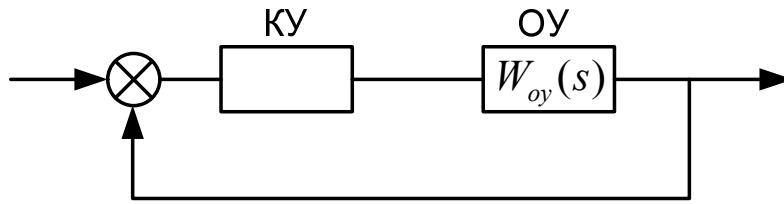
В следващия материал е изложена необходимата теоретична основа за формулиране на последователност от процедури, необходими за осъществяване на синтеза при всеки от посочените начини на свързване на коригиращите устройства.[14]

### **2.1.1 Синтез на линейни системи за автоматично регулиране при последователно свързване на коригиращото устройство.**

При синтеза на системите за автоматично регулиране съществен въпрос представлява определянето на оптималните условия на работа на системата, т.е условия, при които се осигуряват възможно най-добрите, при приетите ограничения, качествени показатели на преходния процес. Реализацията на такъв процес е свързана със значителни технически трудности. От друга страна не винаги е необходимо да имаме монотонен преходен процес и обикновено проектантът се задоволява с времетраене на преходния процес не по-голямо от  $t_{min}$ . Освен това много често избраните оптимални условия могат да се окажат в нежелано противоречие с други изисквания, предявени към системата.[3]

Най-често в практиката се използват последователните коригиращи звена.

Приетият начин на свързване е определил и наименованието на устройствата – последователни коригиращи устройства. Те се включват последователно в тракта на системата, обикновено след суматора.



Фиг. 2.1

По този начин действието на коригиращото устройство се изразява във въвеждане на допълнителен сигнал, т.е. въвежда се известно изменение (корекция) в закона на регулиране. Следователно последователните коригиращи устройства се използват за преобразяване на сигнали, които са пропорционални на отклонението на регулируемата величина. На изхода на коригиращото устройство се получава сигнал, който е пропорционален както на изменението на регулируемата величина, така и на производните и интегралите на това отклонение. [2]. Зависимостта по която се формира регулиращото въздействие  $u(t)$  върху обекта от първичната информация:  $g(t)$  и/или  $x(t)$  и, възможно,  $f(t)$  се нарича „Закон за регулиране”.

Законите за регулиране могат да бъдат:

- линейни:

$$; \quad (2.1)$$

- нелинейни:  $F_1(u, du/dt, \dots) = F_2(x, dx/dt, \dots; g, \dots; f, \dots)$ .

Класификация на нелинейните закони за регулиране:

1. Функционални.
2. Логически.
3. Параметрични.
4. Оптимизиращи.

1. Примери на статични функционални нелинейности в законите за регулиране:

$$u = k(1 + b|x|)x \quad u = k \operatorname{sign}(x) \sqrt{1 + b|x|} \quad (2.2)$$

Примери на динамични функционални нелинейности в законите за регулиране:

$$u = k(1 \pm b|\dot{x}|)x \quad u = k(1 \pm b|x|)\dot{x} \quad (2.3)$$

2. Пример на логически нелинеен закон:

$$\begin{aligned} \text{Ако } |x| < 0.2G_m, \text{ тогава } u &= k_1 x; \\ \text{Ако } |x| > 0.2G_m, \text{ тогава } u &= k_2 x; \\ \text{където: } k_1 &< k_2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

3. Пример на параметричен нелинеен закон:

$$u = k(t [^\circ\text{C}]; h [\text{m}]; G [\text{кг}]) x \quad (2.5)$$

4. Пример на оптимизиращ нелинеен закон:

$$u = k(\min(\text{CO}_2); \max(\text{КПД})) x \quad (2.6)$$

### Линейни непрекъснати закони за регулиране

Под закон на регулиране (управление) се разбира, алгоритъм или функционална зависимост, определяща управляващото въздействие  $u(t)$  на обекта:

$$u(t) = F(x, g, f) . \quad (2.7)$$

Линейните закони се описват в линейна форма:

$$u(t) = k_1 x(t) + k_2 \int x(t) dt + k_3 \iint x(t) dt^2 + \dots + k_4 x'(t) + k_5 x''(t) + \dots \quad (2.8)$$

същия израз записан в операторна форма

$$u(t) = x(t) [k_1 + k_2/p + k_3/p^2 + \dots + k_4 p + k_5 p^2 + \dots] . \quad (2.9)$$

Наличие в (2.9) на чувствителността на регулатора към пропорционални, интегрални или към диференциални съставки в първична информация  $x(t)$  - определя типа на регулатора:

1. P - пропорционален.
2. I - интегрален
3. PI – Пропорционално - интегрален(изодромен).
4. PD – пропорционално - диференциални
5. И по-сложни варианти - PID, PIID, PIDD, ...

### Пропорционално регулиране

Пропорционалният закон за регулиране има вида:

$$u(t) = W_{\text{per}}(p) x(t) = k_1 x(t) , \quad (2.10)$$

Тогава системата в отворено състояние ще се характеризира с предавателна функция.

$$W(p) = W_{\text{per}}(p) W_o(p) = k_1 W_o(p) . \quad (2.11)$$

Ще разгледаме уравнението на грешката:

$$x_{\text{уст}} = \left[ \frac{1}{1+k_1 W_o(p)} \cdot g(t) + \frac{W_f(p)}{1+k_1 W_o(p)} \cdot f(t) \right]_{\substack{p \rightarrow 0 \\ t \rightarrow \infty}} = \frac{1}{1+k_1 k_o} \cdot g_0 + \frac{W_f(0)}{1+k_1 k_o} \cdot f_0$$

В установен режим  $p \rightarrow 0$  (всичките производни са равни на нула);  $W_o(p) \rightarrow k_o$ ;  $W(p) \rightarrow k_1 k_o = k$ ; където  $k$  - коефициент на усилване на отворена система (при  $W_o(p)=1$ ).

*Резюме:* P-регулиране позволява намаляването на установилата се грешка, но само в  $1+k$  пъти, затова регулирането ще бъде статично т.е. при всяко  $k$   $x_{\text{уст}} \neq 0$ .

### Интегрално регулиране

Интегралният закон за регулиране има следният вид :

$$u(t) = W_{\text{per}}(p) x(t) = k_2/p x(t) , \quad (2.12)$$

Тогава системата в отворено състояние ще се характеризира с предавателна функция ПФ:

$$W(p) = W_{\text{per}}(p) W_o(p) = k_2/p W_o(p) . \quad (2.13)$$

Да разгледаме уравнението на грешката:

$$x_{\text{уст}} = \left[ \frac{g(t)}{1 + \frac{k_2}{p} W_o(p)} + \frac{W_f(p) \cdot f(t)}{1 + \frac{k_2}{p} W_o(p)} \right]_{\substack{p \rightarrow 0 \\ t \rightarrow \infty}} = \frac{1}{1 + \frac{k_2 k_o}{0}} \cdot g_0 + \frac{W_f(0)}{1 + \frac{k_2 k_o}{0}} \cdot f_0 \quad (2.14)$$

В установен режим  $p \rightarrow 0, \Rightarrow W(p) \rightarrow \infty; \Rightarrow$  първата съставляващата на грешката  $g_0/\infty \rightarrow 0$ . Грешката от смущение, зависи от вида на функцията  $W_f(0)$  и може да бъде различна от нула.

*Резюме:* I-регулиране позволява премахване на статичните грешки в системата, т.е. системата ще бъде астатична към задаващото въздействие  $g(t)$ .

### Интегрално регулиране по втори интеграл на грешката

Двойният интегрален закон за регулиране има следният вид:

$$u(t) = W_{\text{пер}}(p) x(t) = k_3/p^2 x(t), \quad (2.15)$$

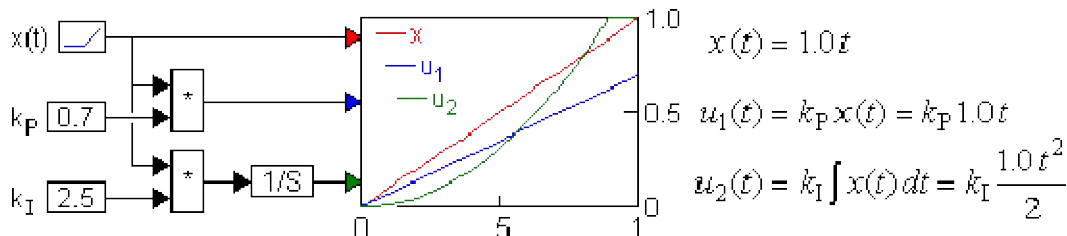
тогава системата в отворено състояние ще се характеризира с предавателна функция :

$$\begin{aligned} u(t) &= W_{\text{пер}}(p) x(t) = k_1 x(t), \\ W(p) &= W_{\text{пер}}(p) W_0(p) = k_3/p^2 W_0(p). \end{aligned} \quad (2.16)$$

В този случай система ще има астатизъм от втори порядък - в нулата ще се превърне както постоянна съставляваща на грешката, така и нейната скоростна съставляваща (грешки при смущение тук не се разглеждат):

$$x_{\text{уст}} = \frac{g_0 + \frac{g_1}{p} + \frac{g_2}{p^2} + \dots}{1 + \frac{k_3}{p^2} W_0(p)} \Bigg|_{\substack{p \rightarrow 0 \\ t \rightarrow \infty}} = \frac{g_0 + \frac{g_1}{0} + \frac{g_2}{0^2} + \dots}{1 + \frac{k_3 k_0}{0^2}} = 0 + 0 + \frac{\frac{g_2}{0^2}}{1 + \frac{k_3 k_0}{0^2}} + \dots \quad (2.17)$$

*Резюме:* Повишаването на порядъка на астатизъм води до увеличение на точността в установен режим на системата за автоматично регулиране (САР), но прави системата по-бавна.



На фигурата е показано, че колкото и да е малък коефициентът на усилване на пропорционалния канал, и колкото и да е голям коефициент на усилване на интегралния канал, за малките отклонения на грешката  $x(t)$  сигналът на управление на обекта  $u(t)$ , интегралният канал се формира с по-малка интензивност.

### Изодромно регулиране - PI

Изодромният закон на регулиране има следният вид:

$$u(t) = W_{\text{пер}}(p) x(t) = (k_1 + k_2/p) x(t),$$

Тогава в разгънато състояние системата ще се характеризира с предавателна функция :

$$W(p) = W_{\text{пер}}(p) W_0(p) = (k_1 + k_2/p) W_0(p).$$

Ако  $p \rightarrow 0$ , тогава  $W(p) \rightarrow \infty$  и регулирането ще бъде астатично. Обаче ако  $p \rightarrow \infty$ , тогава  $W(p) \rightarrow k_1 k_0 = k$  и регулирането ще бъде пропорционално.

*Резюме:* PI-регулирането съчетава точността на I-регулирането и бързото действие на P-регулирането.

### Регулиране с използването на производни.

Регулиране с използване на един канал, чувствителен към производни на сигнала няма самостоятелни значения, т.е. сигнала на управление:

$$u(t) = W_{\text{per}}(p) x(t) = k_4 p x(t),$$

ще бъде равен на нула при  $p \rightarrow 0$  (т.е. в установен режим). Затова задължително е паралелно да има или Р, или I-канал, а по-често и двата:

$$u(t) = (k_1 + k_2/p + k_4 p) x(t).$$

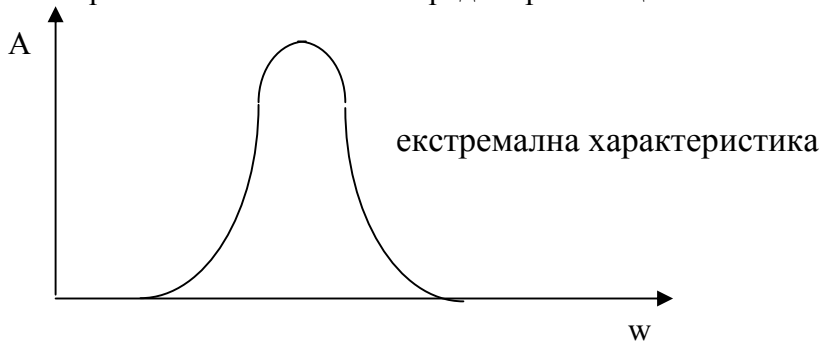
В такъв вариант при регулатора управляващото въздействие ще се формира дори при  $x(t)=0$ , но  $dx/dt \neq 0$ . т.е. наличието на паралелния D-канал в регулатора повишава бързодействието на системата и понижава грешките в динамиката.

Днес техническата реализация на регулатори, чувствителни към производни от по-висок ред е затруднена.

## 2.2. Екстремални системи на управление

Екстремални системи за управление (СУ) – това са такива системи за автоматично управление (САУ), в които един от показателите за качество на работа трябва да се държи на пределно ниво (*min* или *max*).

Класическият пример на екстремална система за управление (СУ), е системата за автонастройка на честотите на радиоприемници.



Фиг.2.3. Амплитудно-честотна характеристика

### 2.2.1. Постановяне на задачи за екстремална характеристики

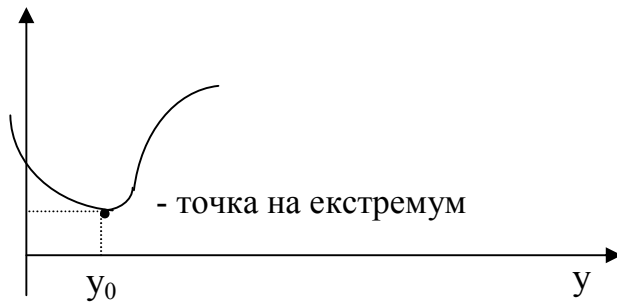
Обектите се описват в уравненията:

$$\begin{cases} x = f(t, x) + B(t, x)U, x \in R^n \\ y = g(x), (y, U) \in R^m, m \leq n \\ Y = Y(y, t), Y \in R^1 \end{cases} \quad (1.1)$$

Екстремалната характеристика дрейфува във времето.

Необходим е подбор на такова управляващото въздействие, което би позволило автоматичното намиране на екстремума и задържане на системата в тази точка.

$$U: \text{extr } Y=Y_0 \quad (1.2)$$



Фиг.2.4. Статична екстремална характеристика  
 $y$  – Изход на динамичната част  
 $Y$  – Екстремален изход

Необходимо е да се определи такова управляващото въздействие, което да осигури изпълнение на ограничението:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = t_0 \quad (1.3)$$

### 2.2.2. Условие за екстремум

Необходимото условие за екстремум е първите частни производни на величините да бъдат нули.

$$\begin{cases} \frac{\partial Y}{\partial y_1} = 0 \\ \dots \Leftrightarrow G = \frac{\partial Y}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial Y}{\partial y_m} = 0 \end{cases} \quad G - \text{Градиент.} \quad (1.4)$$

Достатъчно условие за екстремум е вторите частни производни на величините да бъдат нули.

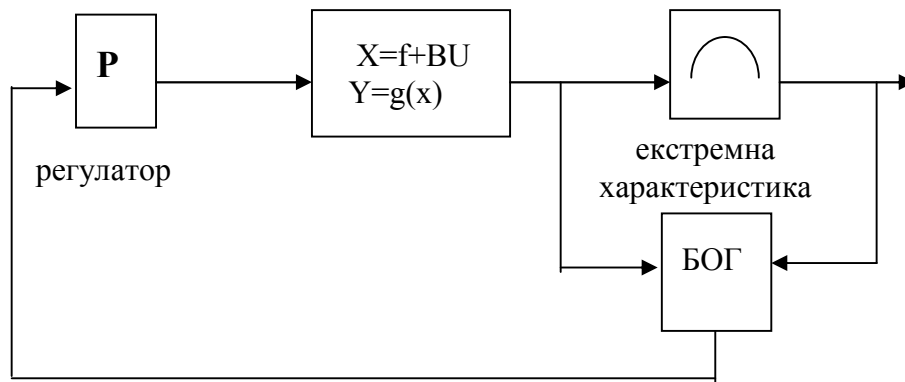
При синтеза на екстремалните системи е необходима оценка на градиента, но е невъзможно да се оцени вектора на вторите частни производни и на практика, вместо достатъчното условие за наличие на екстремум се използват отношенията:

$$\begin{cases} Y(y_o + \Delta y) > Y_o - \min \\ Y(y_o - \Delta y) > Y_o \end{cases} \quad (1.5)$$

$$\begin{cases} Y(y_o + \Delta y) < Y_o - \max \\ Y(y_o - \Delta y) < Y_o \end{cases} \quad (1.6)$$

#### Етапи на синтеза на екстремалните системи:

- 1) Оценяване на градиента.
- 2) Организация на движение в съответствие с условието:  $G \rightarrow 0$ , т.е. движение към екстремум.
- 3) Стабилизация на системата в точката на екстремум.



Фиг.2.5. Функционална схема на екстремална система

### 2.2.3. Видове екстремални характеристики

1) Унимодална екстремална характеристика на типа на модула

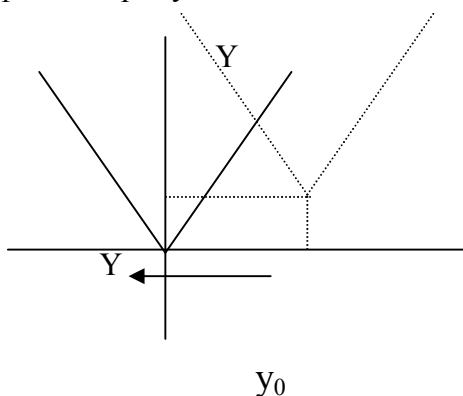
$$Y = k |y| \quad (1.7)$$

$$Y = k_1 |y - y_0(t)| + k_2(t)$$

$k_1$  – определя наклон;

$y_0$  – хоризонтален дрейф на екстремума;

$k_2$  – вертикален дрейф на екстремума.

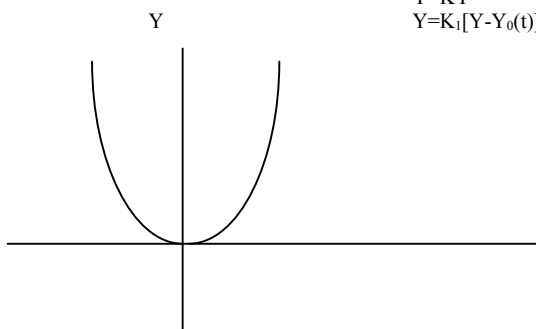


Фиг. 2.6. Екстремална характеристика на типа на модула

2) Екстремална характеристика на типа на парабола

$$Y = KY^2$$

$$Y = K_1 [Y - Y_0(t)]^2 + K_2(t)$$



Фиг. 2.7. Екстремална характеристика на типа на парабола



3) В общият случай екстремална характеристика може да се опише с помощта на парабола от n-порядъка:

$$Y = k_1|y-y_0(t)|^n + k_2|y-y_0(t)|^{n-1} + \dots + k_n|y-y_0(t)| + k_{n+1}(t). \quad (1.9)$$

4) Векторно-матрично представяне

$$Y = y^T B y \quad (1.10)$$

### 2.2.4. Методи за оценяване на градиента

#### 2.2.4.1. Метод за делене на производни

Ще го разгледаме върху унимодална характеристика,  $y$  – изход на динамичната част на системата.

$$y \in \mathbb{R}^1, \quad G = \frac{\partial Y}{\partial y} = ? \quad Y = Y(y, t)$$

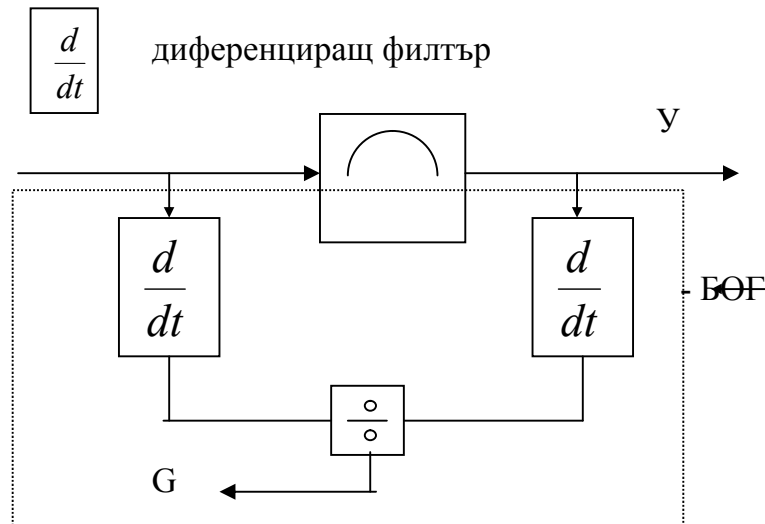
Ще намерим пълна производна спрямо времето:

$$\dot{Y} = \frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial Y}{\partial t} \quad (1.11)$$

При забавен дрейф  $\frac{\partial Y}{\partial t} \approx 0$ , по този начин  $\dot{Y} = G \cdot \dot{y} \Rightarrow G = \frac{\dot{Y}}{\dot{y}}$  (1.12)

*Предимство:* простота.

*Недостатък:* при малки  $\dot{y} \rightarrow 0$  не може да се определи градиент.

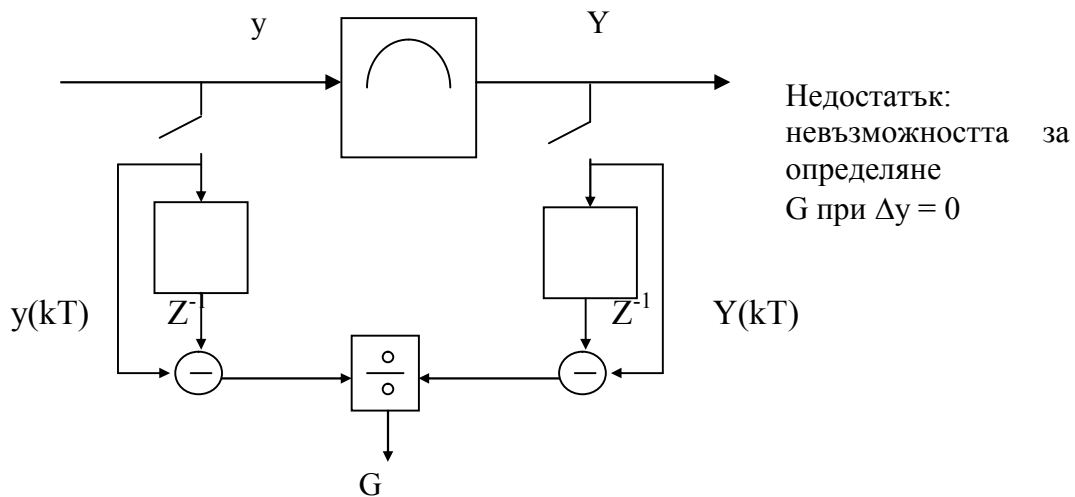


Фиг. 2.8. Схема за оценка на частна производна

#### 2.2.4.2. Дискретна оценка на градиент

$$G = \frac{\partial Y}{\partial y} = ?$$

$$G \cong \frac{\Delta Y}{\Delta y} = \frac{Y(kT) - Y[(k-1)T]}{y(kT) - y[(k-1)T]} \quad (1.13)$$



Фиг. 2.9. Схема на дискретно оценяване на частни производни

### 2.2.4.3. Дискретно оценяване на знак на градиент

$$\text{sign}G = \begin{cases} +1, G > 0 \\ -1, G < 0 \end{cases} \quad \text{sign}G = \frac{G}{|G|}$$

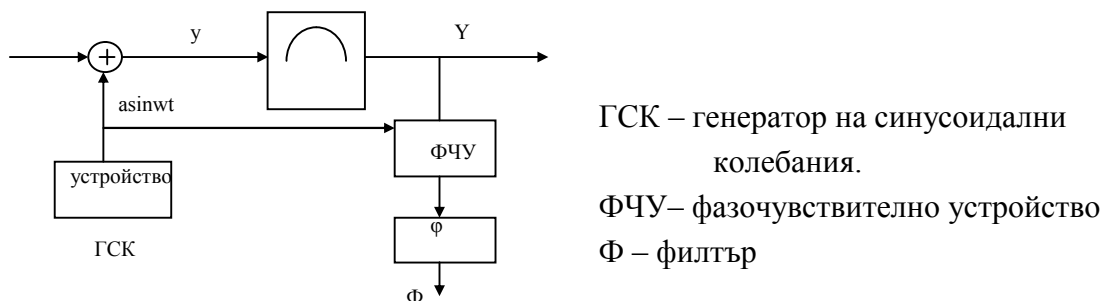
$$\text{sign}G = \text{sign} \frac{\partial Y}{\partial y} = \frac{\partial Y / \partial y}{|\partial Y / \partial y|} = \frac{\partial Y / \partial y}{|\partial Y| / |\partial y|} = \frac{\partial Y / |\partial y|}{\partial y / |\partial Y|} = \frac{\text{sign} \partial Y}{\text{sign} \partial y} = \text{sign} \partial Y \cdot \text{sign} \partial y$$

При малка стъпка на дискретизация заменяме:  $T \rightarrow 0$ :  $\partial Y \cong \Delta Y$

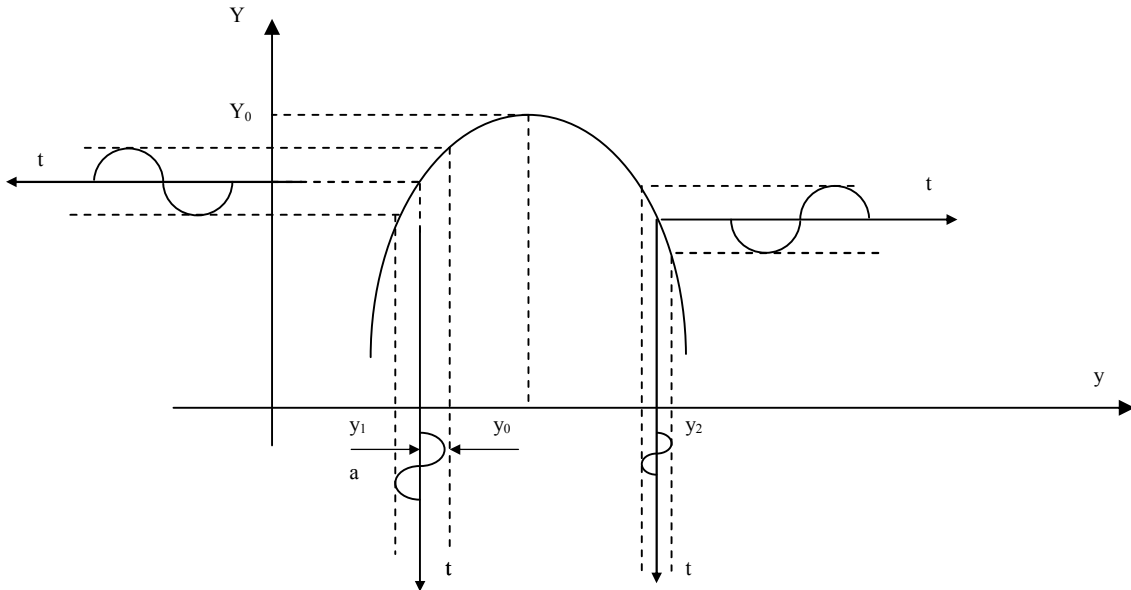
$$\text{sign}G = \text{sign} \Delta Y \cdot \text{sign} \Delta y \quad (1.14)$$

### 2.2.4.4. Метод на синхронно детектиране

Метод на синхронното детектиране предполага добавяне към входния сигнал на екстремален обект допълнителен синусодален сигнал от малката амплитуда, високата честота и отделяне от изходния сигнал, на сигнала от съответната съставляваща. По съотношение на фазите на тези два сигнала, може да се направи извод за знака на частните производни.



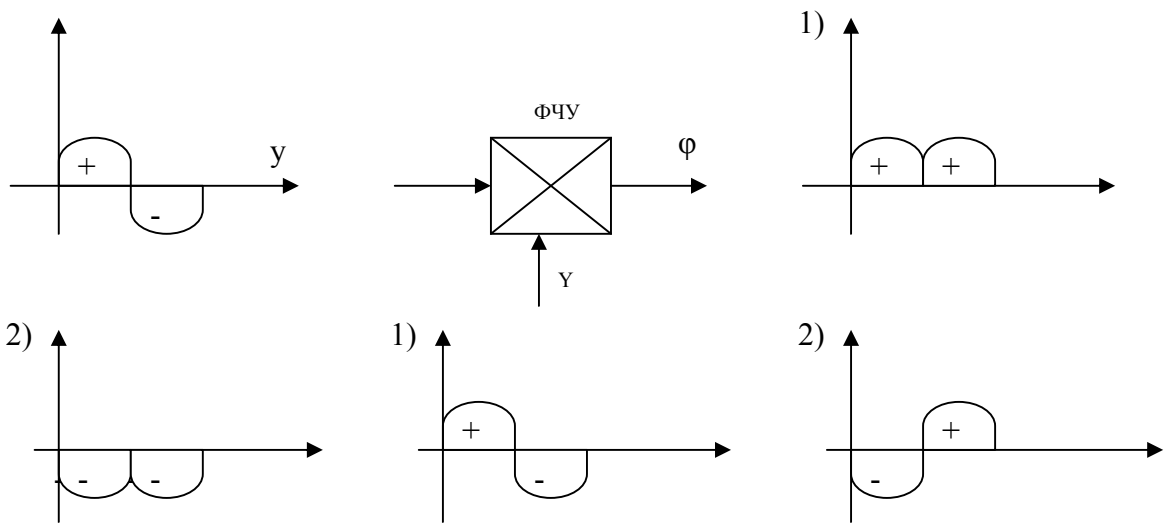
Фиг. 2.10. Функционална схема за оценяване на частни производни



Фиг. 2.11. Илюстрация на преминаване на зададените колебания и получаването им на изход на системата.  $y_1$  – работна точка при разлика във фазите на сигналите 0

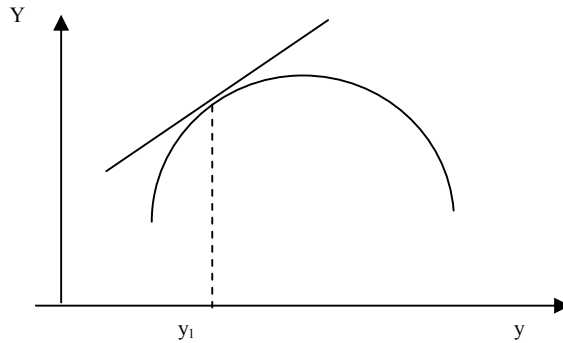
$y_2$  – работна точка при разлика във фазите на сигналите  $\pi$

В качеството на най-просто фазово - чувствително устройство(ФЧУ) може да се използва блок за умножение.



Фиг. 2.12. Илюстрация за работа на фазо – чувствителното устройство(ФЧУ)

В качество на филтър се избира усредняващ за периода филтър, който позволява да се получи сигнал на изхода, който да е пропорционален на стойността на частната производна.



Фиг. 2.13. Линеаризация на статичната характеристика в работната точка

При малка амплитуда на полезния сигнал при преминаване през силен сигнал, може да се счита, че статичната характеристика в малка околност на работната точка е линейна и може да се апроксимира в тази точка.

Следователно уравнението на екстремалната крива, може да се замени с уравнение на права:

$$Y = \bar{Y} + k(y - y_1); \quad y_1 = 0 \quad (1.16)$$

$$Y = \bar{Y} + ky; \quad y = a \sin wt$$

$$Y = \bar{Y} + ka \sin wt \quad z = \pi a^2 \frac{\partial Y}{\partial y}$$

**Сигнал при изхода на фазово-честотното устройство (ФЧУ):**

$$\varphi = Y \cdot a \sin wt = \bar{Y}a \sin wt + k a^2 \sin^2 wt \quad (1.17)$$

$k$  – Коефициент на пропорционалност – тангенс на ъгъла на наклонена права.

$$k = \frac{\partial Y}{\partial y}. \quad (1.18)$$

**Сигнал на изхода на филтър:**

$$\begin{aligned} z &= \int_0^{2\pi} \varphi(wt) dwt = \int_0^{2\pi} (\bar{Y}a \sin wt + ka^2 \sin^2 wt) dwt = \bar{Y}a \cdot \int_0^{2\pi} \sin wt dwt + \\ &+ ka^2 \int_0^{2\pi} \sin^2 wt dwt = ka^2 \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos 2wt}{2} dwt = \frac{1}{2} ka^2 (wt) \Big|_0^{2\pi} - \frac{ka^2}{2} \int_0^{2\pi} \cos 2wt dwt. \end{aligned}$$

По този начин:

$$z = ka^2 \pi \quad (1.19)$$

Методът на синхронно детектиране е годен за определяне не само на една частна производна, но и на градиента като цяло при това на входа се подават няколко колебания с различна честота.