Оптимални системи. Качествени показатели на системите за управление.

3.1. Оценка на качеството на регулиране

Качеството на всяка система на регулиране се определя с величината на грешката:

$x(t) = g(t) - y(t) = \Phi_x(p)\, g(t)$

Но функцията на грешката *x(t)* за всеки момент от времето, е сложна задача за определяне, защото тя се описва с помощта на система от диференциали уравнения $\Phi_x(p)$ - от висок ред и зависи от голямо количество параметри. Затова оценяването на качеството на системите за автоматично управление се извършва по някои свойствата, които се определят с помощта на дадени критерии.

Критериите за качество на регулиране са много. Те се разделят на 4 групи:

1. Критерии за точност – използват величината на грешката в различни типови режими.
2. Критерии относно величината на запаса на устойчивост – оценяват отдалечеността на САР от границата на устойчивост.
3. Критерии за бързодействие – оценяват бързината на реагиране на САР за появата на задаващо и смущаващо въздействие.
4. Интегрални критерии – оценяват обобщените свойства на системата за автоматично регулиране на САР: точност, запас на устойчивост, бързодействие.

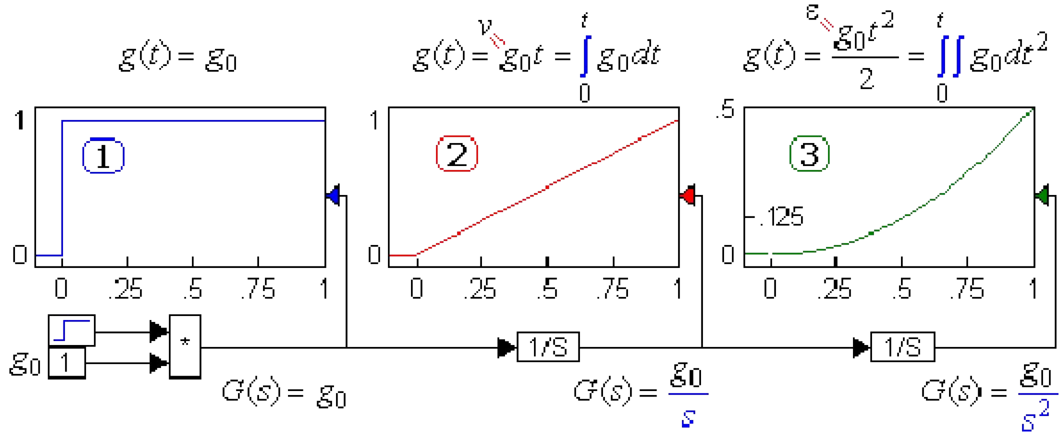
Съществуват два основни подхода в оценяване на качеството:

1. Първият използва информация за времеви параметри на системата : $h(t)$, $w(t)$; разположението на полюсите и нулите на предавателната функция на затворена система $\Phi(s)$.
2. Вторият използва информация за някои честотни свойства на системата: линия на пропускане; относителна височина на резонанс и т.н.

3.1.1. Точност в типови режими

За оценка на точността се използва величината на грешката в различни типови режими. Типовите режими на движение се състоят в подаване на вход на системата на сигнали с нормирани метрологични характеристики. Различават се следните типови режими:

1. Единична функция.
2. Движение с постоянна скорост.
3. Движение с постоянно ускорение.
4. Движение по хармоничен закон.



Фиг.3.1. Режими на работа на системите

На фигурата са показани режими: 1-Единично входно въздействие, 2- движение с постоянна скорост; 3- движение с постоянно ускорение. Лесно е да се види, че преместванията на координатата с постоянна скорост, може да се получи при интегриране на постоянен сигнал, а за получаване на координата, която се движи с постоянно ускорение, необходимо е да се интегрира координата преместващата се с постоянна скорост. Заменяйки операция по интегриране с оператор, ще получим изображение по Карсон-Хевисайд.

3.1.2. Статични показатели

<u>Точност</u> – Определя се от възможните отклонения на променливата от зададената стойност, под въздействието на смущаващите фактори. Възможните смущения са следните : изменение на товара при регулирането на скоростта; изменение на скоростта при регулиране на момента на двигателя; колебания на напрежението на мрежата и други.

При регулирането в отворена система, като задание се приема средната стойност на координатата, при определени граници на изменение на всички смущаващи въздействия $F_в$, отчитани в конкретния случай. Като оценка за точността на регулирането служи величината $\Delta X^*_{\max}$.Тя е отношение между най-голямото отклонение $\Delta X_{\max}$ и средната стойност $X_{ср}$.

$$\Delta X^*_{\max} = \frac{\Delta X_{\max}}{X_{ср}} = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{X_{\max} + X_{\min}} \qquad (3.1)$$

Където $X_{\max}$ и $X_{\min}$ са съответно максималната и минималната стойност на променливата при дадени стойности на входното въздействие.

В от изискванията към електрозадвижването оценката на точност на регулирането може да се направи въз основа на динамичните процеси. В този случай стойностите на $X_{\max}$ и $X_{\min}$ се заместват със стойности, определени при изчисляването на преходния процес, предизвикан от изменение на заданието или някакво външно смущение.

Количествената оценка на точността на регулирането е приложима и при автоматично регулиране на координатите.Изискванията за точност се определят с допустимата грешка $\Delta X_{з.доп}$.

$$\Delta X_{з.\max} = IX_3 - XI_{\max} \le \Delta X_{з.доп} \qquad (3.2)$$

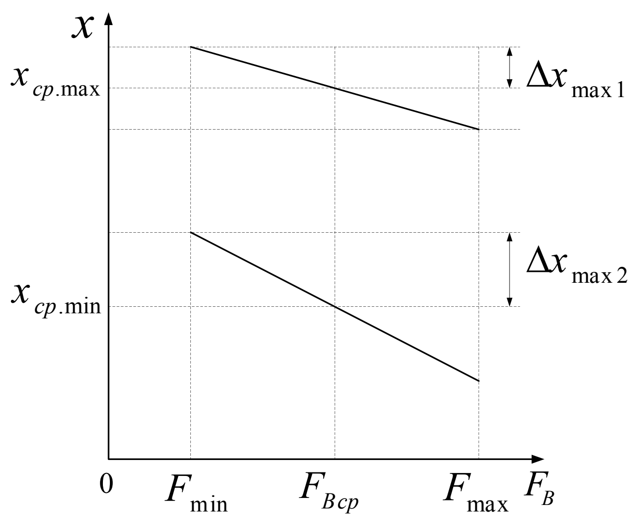
където : X_3 е задаващият сигнал ;

X – текущата стойност на регулируемата променлива в статични и динамични режими на работа.

<u>Диапазон (обхват) на регулирането</u> – Характеризира границите на изменение на средните стойности на променливата X_{cp}, възможни при дадения начин на регулиране.

$$D = \frac{X_{cp.max}}{X_{cp.min}} \tag{2.8}$$

Възможните граници на регулирането на променливата се ограничават отгоре от максимално допустимите или максимално осъществимите стойности на променливата, а отдолу – от необходимата точност или от минимално осъществимите стойности на променливата при дадения начин на регулиране.



Фиг.3.2 Определяне на понятието обхват на регулирането.

$X_{cp.max}$ е максималната средна стойност на регулируемата променлива. Предполага се, че начинът на регулиране позволява средната стойност на регулируемата променлива да се намали почти до нула. Тази възможност не може да се използва, защото при намаляване на X_{cp} грешката ΔX_{max} расте непрекъснато.

$X_{cp.\min}$ е минимално допустимата, според условията на регулиране, средна стойност на регулируемата променлива.

$$\Delta X^*_{max.2} = \frac{\Delta X_{\max.2}}{X_{cp.\min}} \leq \Delta X^*_{don} \tag{2.9}$$

<u>Плавност на регулирането</u> : Характеризира се от броя на дискретните стойности на регулируемия параметър, осъществени при даден начин на регулиране. Този показател се оценява от т. нар коефициент на плавността :

$$k_{пл} = \frac{X_i}{X_i - X_{i-1}} \tag{2.10}$$

където X_i и X_{i-1} са стойности на променливата за съседни степени на регулирането.

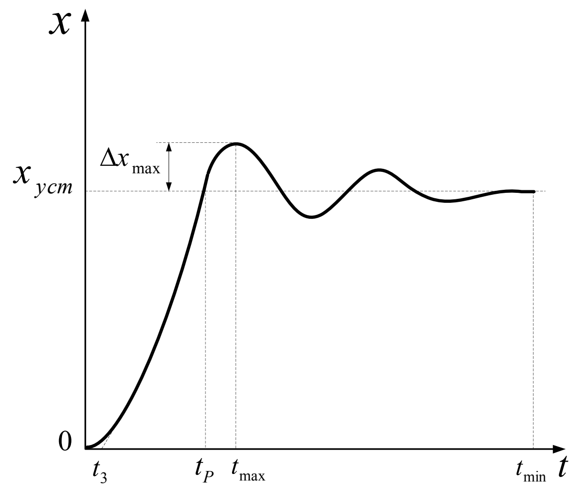
Увеличаване на броя на осъществените степени на регулирането води до увеличаване на плавността на процеса. Оценката на плавността е чисто технически показател, свързан с условията на управлението на регулируемата променлива. При проектиране на системата плавността на регулиране на координатите се посочва като технологично изискване към електрозадвижването.

При разглеждане на преходните процеси в отворените системи се отбелязва, че динамичните качества на електрозадвижването определят производителността на промишлената система, износването на механичното оборудване, качеството на продукцията и други.

Динамични показатели на регулируемото електрозадвижване :

<u>Бързодействие</u> – Определя се от бързината на реакцията на електрозадвижването на изменението на входното въздействие. Главен показател е времето за пускане $t_п$ и за спиране $t_{сп}$ на електрозадвижването.

Бързодействието влияе непосредствено върху производителността на механизмите и системите. При автоматично регулиране на координатите, бързодействието се определя от показателите на преходния процес.



Фиг.2.5 Динамични показатели на качеството на регулирането

$X_{уст}$ - установена стойност на преходния процес

t_p - времето на регулиране, за което променливата X за пръв път достига установената си стойност

t_{max} - време за първия максимум

t_{nn} - общо време на преходния процес, за което затихват всички негови свободни съставки и регулируемата величина се различава с не повече от 5% от установената си стойност.

<u>Пререгулиране</u> – Представлява динамична грешка. Характеризира се с максималното отклонение от $X_{уст}$ при t_{max}.

$$\Delta X^*_{1\max} = \frac{\Delta X_{1\max}}{X_{уст}} \tag{2.11}$$

Изразява се в проценти или относителни единици. Този динамичен показател е от значение при определяне на динамичната точност, с която електрозадвижването осигурява зададените стойности на координатата.

<u>Колебателност</u> – Фактор, който влияе на точността на динамичните натоварвания и на качеството на технологичния процес. Като неин общ показател служат стойностите на <u>логаритмичните декременти</u>, съответстващи на комплексно-спрегнатите корени на характеристичното уравнение на системата.

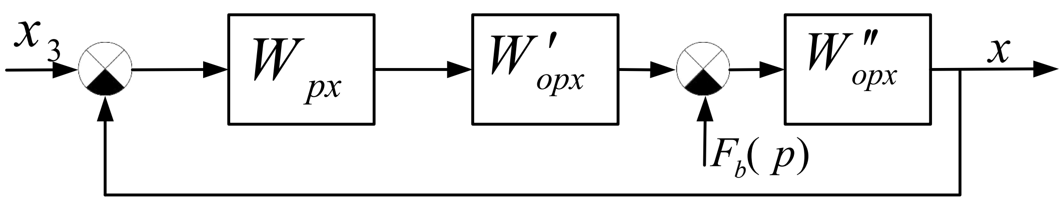
<u>Икономичност</u> – Важен показател на регулируемото електрозадвижване. Използването на регулируемото електрозадвижване е свързано с първоначални и експлоатационни разходи. Те трябва да се компенсират с увеличаване на производителността на системата и подобряване качеството на продукцията. Икономическата ефективност на регулируемото електрозадвижване във всеки конкретен случай се определя от технико-иконамически показатели.

Капиталните разходи се определят, като се оценят масата и габаритите на допълнителното обзавеждане.

Експлоатационните разходи за електроенергия се определят от коефициент на полезно действие (КПД), характеризиращ загубите на електрическа енергия и cosφ, характеризиращ реактивната мощност на регулирането.

3.1.3 Връзка на показателите на регулирането с логаритмичната амплитудно-честотна характеристика на отворения контур за регулиране.

Математическите методи от теорията за автоматично управление са основа за синтезиране на затворени системи регулируемо електрозадвижване със зададени стойности на динамичните показатели. Най-разпространен е така наречения честотен метод. При него са установени строги зависимости между логаритмичната амплитудно-честотна характеристика на отворения контур за регулиране и основните динамични показатели на системата.[7]



Фиг 2.6 Структурна схема на затворения контур за регулиране.

W_{px} - предавателна функция на регулатора на величината X;

W_{opx} - предавателна функция на обекта за регулиране;

$W''_{орх}$ - предавателна функция на обекта за регулиране по смущаващото въздействие $F_{в}$.

Ако за разглеждания затворен контур за регулиране се определят предавателните функции на грешката по уравнението X_{3} и по смущението $F_{в}$, може да се определи сумарната грешка на затворения контур.

$$\Delta X_{\sum}(s) = \frac{X_3(p) + F_в(p)W''_{орх}(p)}{1 + W_{отв.х}(p)} \tag{2.12}$$

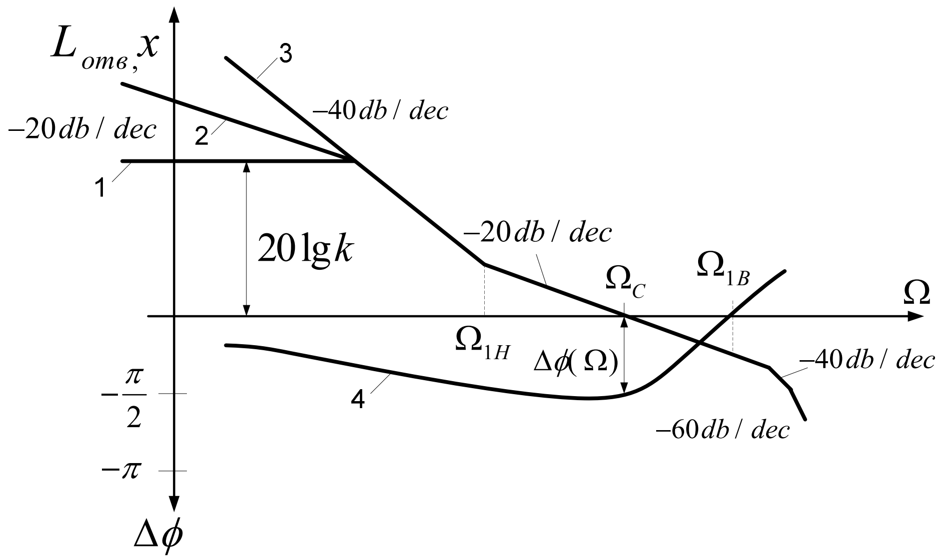
В най-общия случай предавателната функция на отворения контур има вида :

$$W_{отв.х}(p) = \frac{к\prod_{j=1}^{n}(1+T_j p)}{s^{\nu}\prod_{i=1}^{m}(1+T_i p)} \tag{2.13}$$

където : ϑ е степен на астатизъм на контура

k – коефициент на усилване на отворения контур

m,n – са съответно броя на последователно включените инерционни и форсиращи звена.



Фиг 2.7 Желана честотна характеристика на отвореният контур.

За да се удовлетвори изискването към електрозадвижването за точност на регулирането на съответната координата, е необходимо да се формира нискочестотната област на характеристиката с точно определен вид.Тази област се определя от коефициента на усилване k и степента на астатизъм ϑ. Ако $\vartheta = 0$ в отворения контур за регулиране няма интегриращи звена, следователно системата е статична.Характеристиката се определя основно от коефициента на усилване k. За да се постигне изискваната точност коефициента на усилване трябва да отговаря на условието :

$$k \geq \frac{X_{3.max}}{\Delta X_{доп}} \tag{2.14}$$

където : $X_{3.max}$ е зададената стойност на променливата X

$\Delta X_{доп}$ - допустимата грешка на регулирането

Повишаването на степента на астатизма ϑ, повишава динамичната точност на регулирането.[5]

Динамичните показатели на качеството на регулиране се определят главно от средночестотната асимптота на логаритмичната амплитудно-честотна характеристика. За да се получи достатъчен запас по устойчивост е необходимо в района на срязващата честота $\omega_{ср}$ да има достатъчно дълъг участък с наклон -20db/dec. Запасът по фаза се определя от зависимостта :

$$\Delta\psi(\omega) = -\pi - \psi(\omega_{ср}) \qquad (2.15)$$

където ψ (ω) е фазо-честотната характеристика на контура.

От запасът по фаза зависят колебанията и пререгулирането.

$$\Delta X_{1.max} = X_{уст}\,[\,1 - \sin\Delta\psi(\omega_{ср})\,] \qquad (2.16)$$

Срязващата честота $\omega_{ср}$ определя бързодействието на контура за регулиране.

$$t_p = \frac{1{,}5 \div 2}{\omega_{ср}} \qquad (2.17)$$

$$t_{max} = \frac{\pi}{\omega_{ср}} \qquad (2.18)$$

където t_{max} е времето за максимално пререгулиране.

Най-близката по-ниска спрягяща честота $\omega_{1н}$ влияе на пререгулирането. С приближаване на $\omega_{1н}$ към честотата на срязване $\omega_{ср}$, запасът по фаза намалява, а пререгулирането се увеличава. Най-близката спрягяща честота $\omega_{1в}$, и изобщо цялата високочестотна част на логаритмичната амлитудно-честотна характеристика, се отразява на началния участък на преходния процес.

Изискванията за точност на динамичните показатели на електрозадвижването, при регулиране на определена променлива, позволяват да се конкретизират количествените характеристики на желаната логаритмична амплитудно-честотна характеристика на отворения контур.

Когато са определени логаритмичната амплитудно-честотна характеристика на обекта за регулиране по отношение на променливата X и желаната логаритмична амплитудно-честотна характеристика на отворения контур, се получава логаритмичната амплитудно-честотна характеристика на регулатора, включен в контура за регулиране :

$$L_{px}(\omega) = L_{отв.x}(\omega) - L_{op.x}(\omega) \qquad (2.18)$$

Този метод на синтезиране е универсален и позволява да се отчете целия комплекс от изисквания, предявявани към точността на регулирането на електрозадвижването. При проектиране на електрозадвижвания с масово приложение, при създаване на унифицирани системи с широко приложение, този метод е сложен и не осигурява достатъчна точност на динамичните показатели на регулируемото електрозадвижване.[5]

Системи на статичните грешки.

Тук и по-нататък ще разглеждаме установените съставляващи на грешката на системата в типови режими. За което ще анализираме уравненията на грешката.

$$x_{\text{уст}} = \left[\frac{g_0 + v/s + \varepsilon/s^2}{1+W(s)}\right]_{s\to 0} - \left[\sum_{k=1}^{l} W_{f_k}(s)\cdot f_{k_0} \Big/ \left(1+W(s)\right)\right]_{s\to 0} = x'_{\text{уст}} + x''_{\text{уст}},$$

където: $g_0+v/s+\varepsilon/s^2$ - изображение представено в ред на Тейлор, на входния сигнал; $s\to 0$ съответства на установил се режим.

И така, ако ПФ САР $W(s)$ е статична , т.е.области на ниски честоти $W(s)|_{s\to 0}\to K$. Тогава първа съставляваща на грешката е :

$$x'_{\text{уст}} = \left.\frac{g_0 + v/s + \varepsilon/s^2}{1+K}\right|_{s\to 0} = \frac{g_0}{1+K} + \frac{\infty}{1+K} + \frac{\infty}{1+K}$$

т.е. в статичната система грешката предизвикана от задаване равно на константа, също така е константа, но по-малка в 1+ K пъти, а грешката от задавания променящите се с постоянна скорост или ускорение, нарастват до безкрайност.

Грешки на системата с астатизъм от първи ред

Ако предавателна функция на САР $W(s)$ преобладава астатизъм от първи ред, т.е. в област на ниски честоти $W(s)|_{s\to 0}\to K_v/s$. Тогава първа съставляваща на грешката ще бъде:

$$x'_{уст} = \left.\frac{g_0 + v/s + \varepsilon/s^2}{1+K_v/s}\right|_{s\to 0} = 0 + \frac{v}{K_v} + \infty,$$

т.е. в астатичната система от първи ред, грешката от задаване равно на константа, е равна на нула, грешката от задаване променящо се с постоянна скорост е равна на $x_v=v/K_v$, а грешката от задаване променящото се с постоянно ускорение нараства до безкрайност.

Грешки на системата с астатизъм от втория ред.

Ако ПФ САР $W(s)$ преобладава с астатизъм от втори ред, т.е. в областта на ниски честоти $W(s)|_{s\to 0}\to K\varepsilon/s^2$. Тогава първата съставляваща на грешката е:

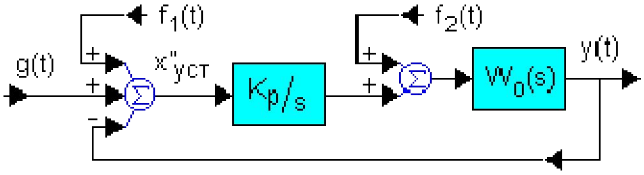
$$x'_{\text{уст}} = \left.\frac{g_0 + v/s + \varepsilon/s^2}{1+K_\varepsilon/s^2}\right|_{s\to 0} = 0 + 0 + \frac{\varepsilon}{K_\varepsilon},$$

т.е. в астатичната система от втори ред , грешката спрямо заданието е равна на константа и се променя с постоянна скорост равна на нула, а грешки от задаване се променя с постоянно ускорение и е равна на константата $x\varepsilon=\varepsilon/K\varepsilon$.

Качеството на системите за автоматично регулиране САР с астатизъм е прието да се характеризират с величини, наречени – *доброкачественост по скорост и ускорение*:

$\boxed{K_v = \frac{v}{x_v}}$ и $\boxed{K_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{x_\varepsilon}}$.

Добавяне на грешки в астатични системи:



Да разгледаме втора съставляваща на грешката $x''_{уст}$ от смущаващите въздействия f_{ko}. Ако САР е астатична , то $W(s)|_{s}\to_0\to\infty$, но е възможен и случай, когато $W_{fk}(s)|_{s}\to_0\to\infty$. т.е. при всяка степен на астатизъм САР $x''_{уст}$ може да бъде различна от нулата.

$$x''_{уст} = \left.\frac{W_0(s)\cdot\left[K_P/s\cdot f_{1_0}+f_{2_0}\right]}{1+W_0(s)\cdot K_P/s}\right|_{s\to 0} = f_{1_0}+0 .$$

Изводи:

1. За намаляване на грешка от смущение, е необходимо, интегриращият елемент да бъде включен в контура до мястото на смущение.

2. Ако разгледаме грешката на чувствителния елемент (суматор), като смущение, то става очевидно, че повишаването на степента на астатизъм не позволява отстраняването и.

Грешки при хармоничен закон на управление $g(t)=G_m\sin(\omega_k t)$

Да разгледаме само първата съставляваща на грешката:

$x'_{уст} = g(t)\ /\ [1+W(s)] = X_m\sin(\omega_k t+\varphi)$

където: $g(t)$ - е синусоида; $[1+W(s)]$ - е комплексно число.

Следователно:

$X_m = G_m\ /\ |1+W(j\omega_k)| \approx G_m\ /\ A(\omega_k)$. (1)

Изводи:

1. Формула (1) позволява индентификация на положение на неизвестната ЛАЧХ за дадена честота и амплитуда на грешката или формулировка на изисквания към ЛАЧХ при синтез на системата.

2. Особени точки ЛАЧХ са определяни с комплексно спрегнати корени. Поведението на системата при дадени честоти □$\omega_k=|\varphi\beta_k|$) изискват допълнителни изследвания.

3. Особености на движението на системата при хармоничен сигнал на задаване – означава смяната на знака на координатите, които в много системи може да бъде съпроводена с нелинейни изкривявания от типа „стъпало" или смяна на направление на силите на сухо триене.

Коефициент на грешката

Нека да е известна предавателната функция предавателната функция на грешката $\Phi_x(s)$, тогава:

$X(s) = \Phi_x(s)\ G(s) = 1/(1+W(s))\ G(s)$

където: $G(s)$ –е лапласовото преобразование на функцията $g(t)$.

Да разложим $\Phi_x(s)$ в ред на Тейлор:

$X(s) = [c_0 + c_1 s/1! + c_2 s^2/2! + c_3 s^3/3! + ...]\ G(s)$; (2)

Да преминем към оригинала:

$x(t) = c_0 g(t) + c_1 g'(t)/1! + c_2 g''(t)/2! + c_3 g'''(t)/3! + ...$

Величините $c_0, c_1, c_2, ..., c_m$ – се наричат коефициенти на грешката. Те могат да се определят по два метода:

1. $c_0 = \Phi_x(s)|_s \rightarrow_0$, $c_m = [d^m\Phi_x(s)/ds^m]|_s \rightarrow_0$

2. При деление на числител $\Phi_x(s)$ на знаменател и сравнение с ред (2).

Например *:*

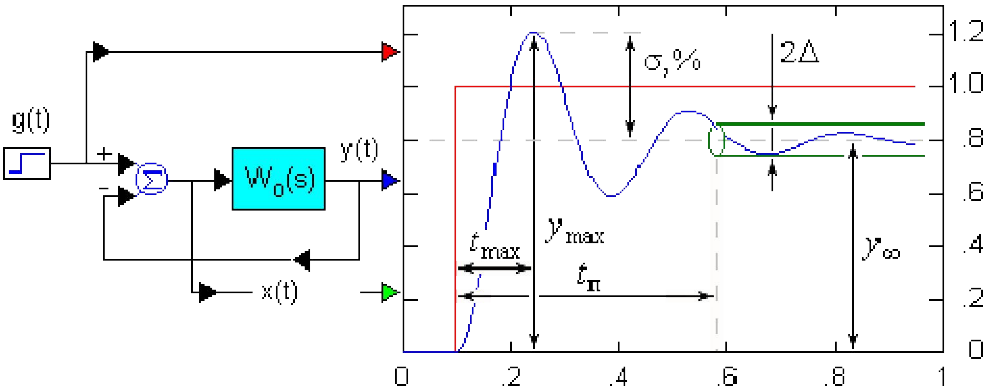
1. Коефициентите на ред (2) непосредствено са свързани с коефициент на усилване на системата за автоматично регулиране САР, доброкачественост K_v, $K\varepsilon$, ...

Система \ Грешки	K & c_0	K_v & c_1	$K_{\square}$ & c_2
$W(s)=1/s^0$ * ...	K & $1/1+K$	0 & ...	0 & ...
$W(s)=1/s^1$ * ...	∞ & 0	K_v & $1!/K_v$	0 & ...
$W(s)=1/s^2$ * ...	∞ & 0	∞ & 0	$K\varepsilon$ & $2!/K\varepsilon$

2. Астатична САР със сигнал по задаване $g(t)$ може да бъде статично за $f(t)$, затова нулирането на САР при коефициенти $c_0, c_1, c_2, ...$ за сигнал $g(t)$ не е задължително да означава че за същите коефициенти $c_0, c_1, c_2, ...$ за сигнал $f(t)$ също ще се нулира.

3. Ограничение на количеството на членовете на ред (2) и положение на коефициентите на грешките $c_0, c_1, c_2, ...$ определят използването на метода за плавно променящи се сигнали $g(t)$ и $f(t)$, когато преходната съставляваща в движение на системата успява да затихне.

Оценка на запаса на устойчивостта и бързодействие по преходна характеристика.



1. Запасът на устойчивост на системите за автоматично регулиране САР се оценяват по величина на пререгулиране:

$\sigma = (y_{max} - y\infty) / y\infty 100$, [%]

Варианти σ	0 %	10..30 %	50..70 %
Приложение	рядко	често	избягват
Запас по фаза	90°	60°..30°	30°..10°
Число на колебания	0	1, 2	3, 4, ...

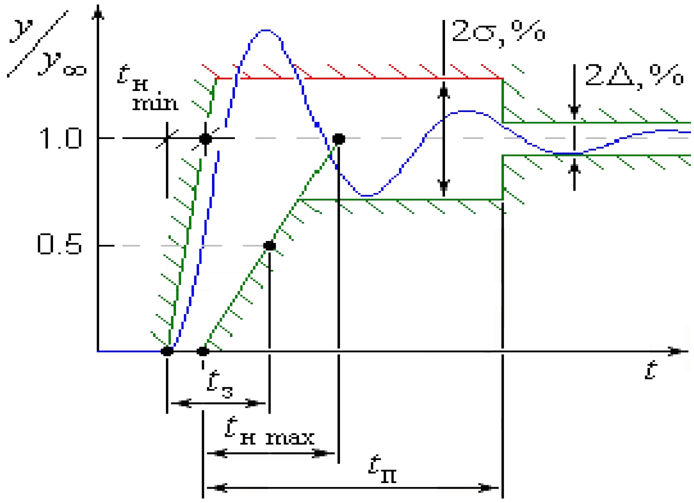
2. Бързодействието на САР се оценява по времето на завършване на преходния процес $t_п$, при зададена допустима грешка:

$\Delta \in 5; 2{,}5; 1{,}5; 1; 0{,}5; ...$ [%] от y_∞ , - установено по ГОСТ.

3. Честота на единично усилване на отворената система Честотата $\omega_{ср}$ може да се оцени по честота на колебания на преходната функция.

Забележка: При синтеза на САР се използва областта на допустими отклонения на

на



на

на

на регулируемата величина.

Времето на нарастване е ограничено:

- $t_{н\,min}$ – допустимо ускорение координати и пределни колебателни режими;
- $t_{н\,max}$ – изисквано бързодействие.

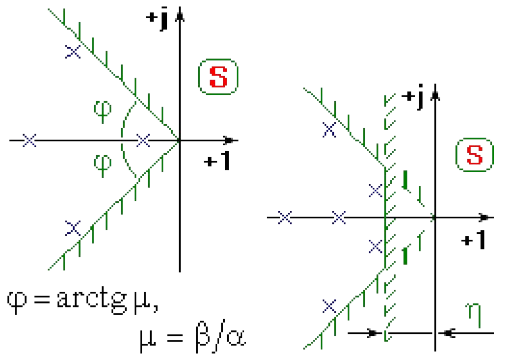
На фигурата $t_з$ – е максимално допустимо време на закъснение (разпространение) сигнал.

Метод на корените за оценяване на качеството на процесите

Понеже корените на предавателната функция ПФ еднозначно определят вида на преходния процес, те могат да бъдат използвани за оценяване:

1) запас на устойчивост

2) бързодействие



Забележка: обикновено стигат изследвания само за плюса на предавателната функция (ПФ) $\Phi(s)$, т.е. корените на характеристичното уравнение $1+W(s)=0$.

1. Системата ще бъде склонна към колебания, ако има комплексни корени от вида $-\alpha \pm j\beta$. Оценяването на тази склонност може да стане с използване на показател на запаси на устойчивост – колебателност.

$\mu = \beta/\alpha,\ 0 < \mu < \infty$

където: α - е коефициент на затихване; β - е ъглова честота на колебания.

Колебателността определя друг показател – затихване на амплитудата на колебания $x(t) = Ce^{-\alpha t}\sin(\beta t+\varphi)$ за периода:

$$\xi = \left(Ce^{-\alpha t} - Ce^{-\alpha(t+2\pi/\beta)}\right)/Ce^{-\alpha t} = 1 - e^{-2\pi/\mu} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \mu = \frac{2\pi}{\ln\left(1/(1-\xi)\right)}$$

ξ	98%	90%
μ	1,57	2,72

.

Задаването на определена колебателност, предизвиква ограничения в областта на разполагане на корените.

Колебателността на системата μ може да се намери, използвайки постановката $s = z\, e^{j(90-}\varphi^{)}$, което съответства на завоя на осите на равнината на корените на ъгъл (90-φ). След това използва се всеки критерий на устойчивост, подбира се ъгъл φ, при който системата ще се намира на границата на устойчивост. И тогава $\mu = \mathrm{tg}\,\varphi = \beta/\alpha$.

2.За оценка на бързодействието, може да се използва понятие за степен на бързодействие □η – това е от абсолютно значение за веществената част, най-близка към мнимата ос на корена т.е. ако този корен ⎨ □$\alpha \pm \varphi\beta$, то□η е равен на коефициента на затихването □α.

И действително, съставляващата в основния процес $x\eta(t) = C\eta e^{-}\eta^{t}\sin(\beta t+\varphi)$, колкото по-малко е η, толкова по-бавно то затихва .Ако в края на преходния процес амплитуда на колебания е равна на $\Delta C\eta$, то времето на преходния процес е:

$$\Delta C_\eta = C_\eta e^{-\eta t_п} \quad \Rightarrow \quad t_п = \frac{1}{\eta}\cdot \ln\frac{1}{\Delta}.$$

Задаването на определена степен на бързодействие, предизвиква ограниченост в областта на разполагане на корените.

Степента на бързодействие η можем да се определи като се използва постановката $s = z - \eta_{var}$, което съответства на преместването на корените по големина на η_{var}. След това, използвайки всеки критерий на устойчивост, подбираме значението η_{var}, при което системата ще бъде на границата на устойчивост. И тогава: $\eta=\eta_{var}$.

Понятие за средно геометричен корен Ω_0. Мажоритарна и миноритарна на переходна функция.

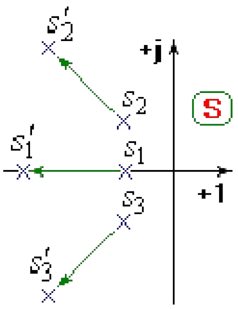
Нека имаме характеристичното уравнение:

$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1} s + a_n = 0$.

Представяме го в нормиран вид (разделяме на a_n и изпълняваме постановката $s \leftarrow \sqrt[n]{a_n/a_0}\cdot q$):

$q^n + a_1/a_n\,(\Omega_0\, q)^{n-1} + \ldots + a_k/a_n\,(\Omega_0\, q)^{n-k} + \ldots + 1 = 0$,

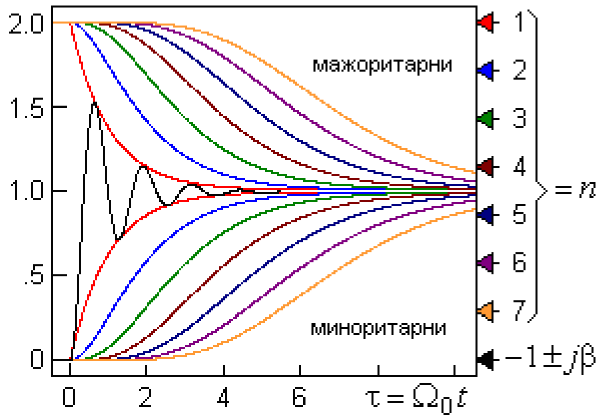
където: $\Omega_0 = \sqrt[n]{a_n/a_0} = \sqrt[n]{|s_1\cdot s_2\cdot \ldots \cdot s_n|}$ - средно геометричен корен.



$\Omega_0' = 2\,\Omega_0$

За статични системи на системи за автоматично регулиране САР $a_n = 1 + K$, за астатични $a_n = K$, $a_0 = T_1\, T_2 \ldots T_n$; следователно увеличавайки се K може да увеличим Ω_0. На основание на теорема на подобие увеличаването на Ω_0 ще предизвиква пропорционално радиално преместване на корените. т.е видът на преходния процес няма да се променя, но ще се променя времевният му мащаб. Затова средно геометричният корен Ω_0 е мярка за бързодействие.

За даденото уравнение на времето, ще бъде безразмерно $\tau = \Omega_0 t$, преходната функция $h(t)$ в случай на кратни реални корени или при една двойка комплексни числа, ще бъде ограничена от минорантата и мажорантата:



$1-\upsilon(\eta, t) < \eta(t) < 1+\upsilon(\eta, t)$,

където: $\upsilon(\eta, t) = e^{-\eta t}\,[1 + (\eta t)^1/1! + (\eta t)^2/2! + ... + (\eta t)^{n-1}/(n-1)!\,]$ - разлагане в ред на Тейлор, обвиваща тази съставляваща в преходен процес, корен на която е по-близо към ос "$+j$".

На фигурата се демонстрира , че всеки преходен процес във всяка система толкова бавно ще затихва, колкото повече корени са в близост към ос "$+j$".

Интегрални оценки за качество

Интегралните оценки, дават обобщена оценка на бързината на установяване и величината на отклонение на регулируемата величина, във вид на едно числово значение.

Намират приложение първите три Интегрални оценки от изброените:

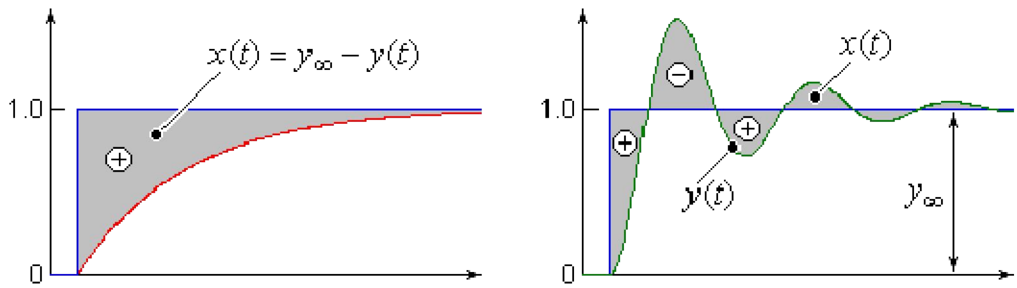
1. I_1 и I_2 – линейни Интегрални оценки (не чувствителни към най-високи производни на координатите на системите за автоматично регулиране САР).

2. I и I' – квадратични Интегрални оценки (първата е нечувствителна към най-високите производни на координатите на системите за автоматично регулиране САР; втората – към неподвижния режим).

3. $I{+}T_1^2 I'$ – подобрена квадратична ИТ-оценка (чувствителна към постоянна и към скоростна съставляваща в движение на координатите на САР).

4. $I{+}_T^{12}I'{+}_T^{24}I''{+}...$ -Интегрални оценки от по-високи редове (чувствителни към постоянна съставляваща в движение на координатата на САР, към тяхната скорост и ускорение).

1 Нека имаме преходни функции $h(t)$.



Да разгледаме преходните интегрални оценки:

$$I_1 = \int_0^{\infty} x\,dt \qquad \text{и} \qquad I_2 = \int_0^{\infty} |x|\,dt \; .$$

Очевидно е ,че колкото по-малки са значения на оценки I_1 или I_2, толкова по-добър е преходният процес, но:

Оценка I_1 не може да бъде приведена към колебателния преходен процес.

Аналитичното изчисление на оценка I_2 по коефициенти на уравнения на грешката, е затруднено.

а. Едното значение на оценката I_2 може да съответства на преходните процеси с различна колебателност (ако съвпадат мажоритарните и миноритарните).

2 Ограничения „a” и „b” за оценки I_1 и I_2 се преодоляват с квадратични интегрални оценки I и I':

$$I = \int_0^{\infty} x^2\,dt \qquad \text{и} \qquad I' = \int_0^{\infty} \dot{x}^2\,dt = \int_0^{\infty} w^2\,dt\,\Bigg|_{g(t)=1'(t)} = I\,\Big|_{g(t)=1'(t)} \; .$$

Отбелязваме, че оценка I' може да бъде намерена при изчисление на оценка I, ако подаването на САР не е като „стълба” $1(t)$, а делта на функцията $\delta(t)=1'(t)$. Използването на оценката I' е ограничено с това, че тя не е чувствителна към установилото се значение на грешката x_∞.

3 Ограничение "c" и други ограничения на оценки I_1, I_2, I и I' се снемат с подобрена квадратична ИТ-оценка:

$$I + T_1^2 I' = \int_0^{\infty} (x^2 + T_1^2 \dot{x}^2)\,dt = \int_0^{\infty} (x + T_1\dot{x})^2\,dt + T_1 x_0^2 \, ,$$

където: x_0 - начално значение на отклонение в преходен процес; $I+T_1^2I'$ – не формула, а съставен символ на обозначение на дадената ИТ-оценка.

Очевидно е, че $I+T_1^2I'$ ще бъде минимална при $T_1x'+x = (T_1p+1)x = 0$. Решение на това ДУ е експонентно: $x(t) = x_0 \cdot e^{-t/T_1}$, а $y(t) = 1 - x(t) = y_0\left(1 - e^{-t/T_1}\right)$.

т.е. подобрената ИТ-оценка $I+T_1^2I'$ ще има минимум при доближаване на преходната функция към експонента със зададена постоянна на времето T_1.

4 Можем да използваме подобрени Интегрални оценки от по-високи редове. Например:

$$I + T_1^2 I' + T_2^4 I'' = \int_0^{\infty} (x^2 + T_1^2\dot{x}^2 + T_2^4\ddot{x}^2)\,dt \; .$$

Тук оценката ще има минимум, само при премествания на координати САР с определена скорост и ускорение, които се задават с постоянни на времето T_1 и T_2

съответно. Идеята на друг метод за избор на параметрична оценка, се заключава в това, че коефициентите на ДУ от втори ред можем да изразим като затихвания ζ и резонансна честота q, която трябва да има настроената САР.

Аналитично изчисление на квадратични интегрални оценки

За аналитичното изчисление, може да се възползваме от теоремата на Парсевал:

$$\int_0^{\infty} x^2(t)\,dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |X(j\omega)|^2\,d\omega = \frac{1}{\pi}\int_0^{+\infty} |X(j\omega)|^2\,d\omega .$$

Ако грешката е $x(t) = y\infty - y(t)$, то изобразяването и е:

$$X(j\omega) = \left[\Phi(0) - \Phi(j\omega)\right]\cdot G(j\omega) .$$

За намирането на I и I' ние трябва да подаваме сигнали $1(t)$ и $1'(t)$. Изобразяването им по Фурие, са съответно равни :

$$G(j\omega) = F\{1(t)\} = \frac{1}{j\omega} \qquad \text{и} \qquad G(j\omega) = F\{1'(t)\} = 1 .$$

Тогава установилите се значения на входната координата и съответно значенията на предавателната функция ПФ за тези режими са:

$y\infty = 1$, $\Phi(0) = 1$ и $y_\infty = 0$, $\Phi(0) = 0$.

В резултат изразяваме грешките:

$$X(j\omega) = \frac{1-\Phi(j\omega)}{j\omega} = \frac{\Phi_x(j\omega)}{j\omega} \qquad \text{и} \qquad X(j\omega) = -\Phi(j\omega)$$

Квадратичните интегрални оценки са:

$$I = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} \frac{|\Phi_x(j\omega)|^2}{\omega^2}\,d\omega \qquad \text{и} \qquad I' = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} |\Phi(j\omega)|^2 d\omega .$$

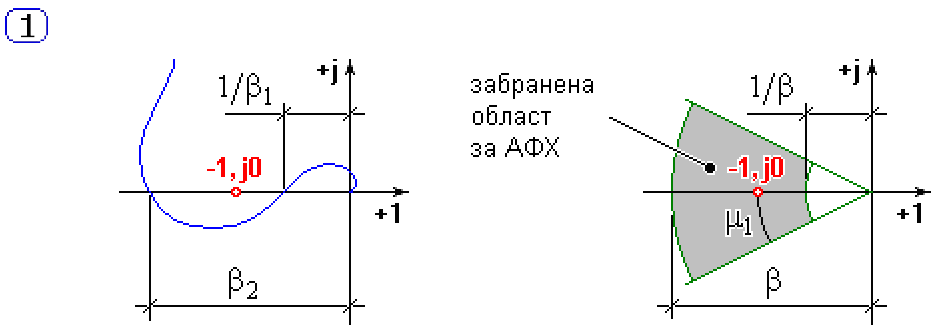
Честотни критерии за качество

Честотните критерии за качество се използват, когато са известни или могат да се определят експериментално, честотните свойства на система за автоматично регулиране САР (АФХ, АЧХ, ЛАЧХ & ЛФЧХ). Вида на преходния процес при това не се разглежда.

По честотни критерий може да се оценят:

1. Запас на устойчивост (β; μ_1; M)
2. Бързодействие на системата за автоматично регулиране САР ($\omega_р$; $\omega_{ср}$; $\omega_п$; $\omega_{эк}$).

Оценка на запас на устойчивост.



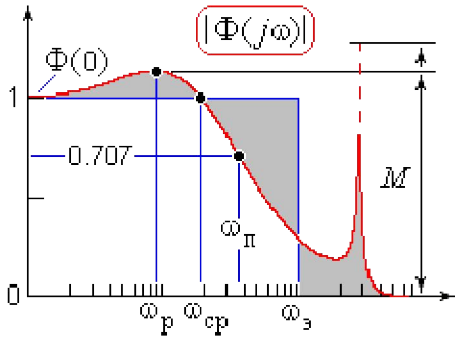
По вида на АФХ на отворената система се оценява запас на устойчивост:

• по амплитуда - L_1=20lgβ$_1$ и L_2=20lgβ$_2$

• по фаза $\mu_1=180+\varphi_1$

където: φ_1 – закъснение по фаза на честота на единично усилване при $|W(j\omega)|=A(\omega)=1$ или $L(\omega)=0$ (по ЛАЧХ).

За абсолютно устойчиви системи (n<3) има смисъл само величината L_1, т.е. $L_2\to\infty$. За добре демпферирани системи $\beta\in[2...10)$, т.е. [6...20) dB.



M	$\sqrt{2}$	2	4	8
μ_1	45	30	14	6

Запасът на устойчивост е толкова по-голям, колкото е β и μ_1. Използвайки β и μ_1 може да се зададе забранена област за АФХ.. Но недостатъкът е в това, че ако АФХ ще се докосва до забранената област в различни точки, пререгулирането σ ще бъде различно.

2 Ако имаме АЧХ на затворена система $|\Phi(j\omega)|$, то удобен критерий за запас на устойчивост е показателя на колебателност,

$$M=\frac{|\Phi(j\omega)|_{\max}}{\Phi(0)}=\left|\frac{W(j\omega)}{1+W(j\omega)}\right|_{\max},$$

равен на максималното значение на АЧХ на затворената система приведена към коефициент на засилване, в област на ниски честоти. т.е. принудителното движение на резонансната честота ще има амплитуда в М пъти по-голяма, отколкото в областта на ниски честоти. И колкото е по-голямо М, толкова е по-малък запасът на устойчивост.

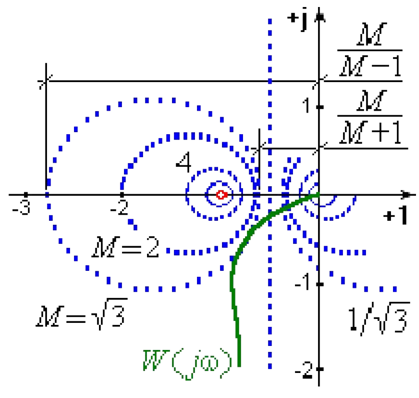
Ако имаме само АФХ на отворената система $W(j\omega)$, то показателя на колебателността М, е удобен за използване като фонова мрежа, която може да се използва , като линия от нивото $M\in$ [1/4; 1/2; 1; 0,707; 1,41; 2; 4]. Да изчислим мрежата :

$$\left|\frac{W}{1+W}\right|=M \qquad \mathrm{Re}(W)=U \quad \mathrm{Im}(W)=V$$

$$\frac{\sqrt{U^2+V^2}}{\sqrt{(1+U)^2+V^2}}=M, \quad \dots,$$

$$(U+C)^2+V^2=R^2 \qquad (1)$$

$$R=\frac{M}{M^2-1}, \quad C=\frac{M^2}{M^2-1}.$$



Където : (1) – е уравнение на окръжността с радиус R и център в точка С

Оценка на бързодействие на системата за автоматично регулиране САР

За да оценим бързодействието на отворената и затворената система можем да го направим по честотни характеристики използвайки:

1. $|\Phi(j\omega)|$ - АЧХ на затворената система
2. $P(\omega)=\mathrm{Re}(\Phi(j\omega))$ - реална ЧХ
3. $W(j\omega)$ - АФХ на отворената система
4. ЛАЧХ & ЛФЧХ ...

При такива качества на критерии използват се следните величини:

• $\omega_р$ - резонансна честота, съответства на пик на АЧХ, близка към честотата на колебания в преходни процеси;

• $\omega_{ср}$ – честота на срез, съответстваща на условие $|W(j\omega_{ср})|=A(\omega_{ср})=1$ или $L(\omega_{ср})=0$ (по ЛАЧХ).

• $\omega_п$ – честота съответстваща на линията на пропускането на затворената система $\Phi(j\omega)$, определяме от условие $A(\omega_п)=0{,}707$.

• $\omega_э$ – еквивалентна линия на пропускането на затворена система: $\omega_э = {}_o\infty \int |\Phi(j\omega)|^2\, d\omega$, - тази величина е свързана с въпрос за пропускането в системата грешка. Освен това, ако ще я изчисляваме, включително и отрицателни честоти при това в херци, то тя ще съвпада с квадратичната ИТ-оценка I'.