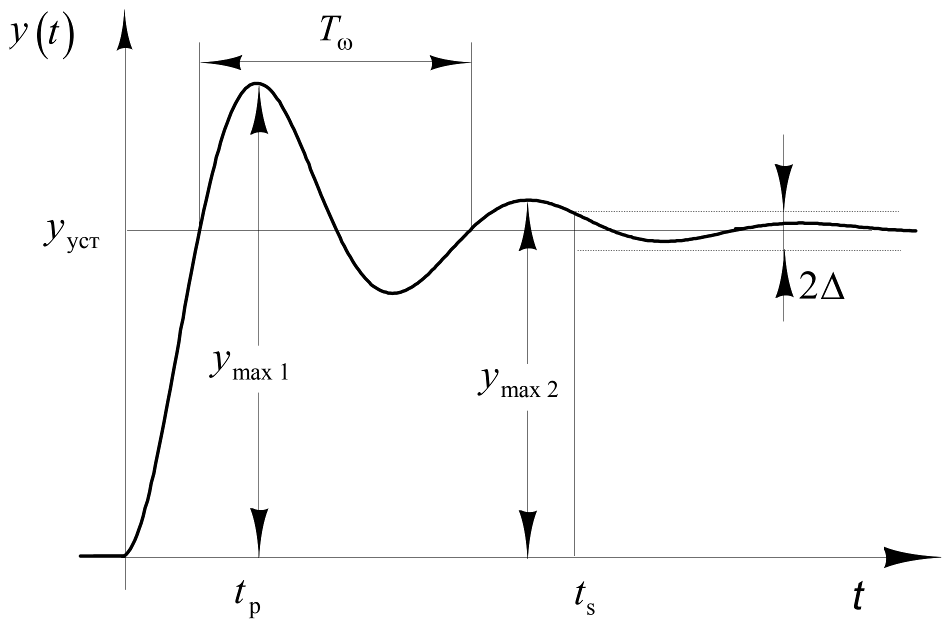
Показатели на качеството

За показатели на качеството на преходните процеси в литературата се предлагат различни методи, някой от които са: максимално пререгулиране, продължителност на преходния процес, период на собствените колебания и статизъм на системата, интегрален критерий на качеството и др.



Фиг. Типов преходен процес

1. ***Максимално пререгулиране σ***

Под максимално пререгулиране се разбира отклонението на изходната величина от установената й стойност в момента на първия й максимум, разделена на установената стойност и се отчита в проценти

$$\sigma = \frac{y_{\max 1} - y_{уст}}{y_{уст}} 100 \quad \%. \qquad (5.3)$$

Продължителност на преходния процес t_S

Бързодействието на системата се оценява по показателя продължителност на преходния процес (време за регулиране).

Теоретически преходният процес в линейните системи се установява за време $t \to \infty$, затова в реалните системи се избира околност около установената й стойност и процесът се счита за затихнал в момента t_s, когато изходната величина навлезе в тази околност и повече не я напуска. На фиг. 5.2 тази околност около установената стойност е означена с $\pm\ \Delta$. Стойността на Δ се избира в проценти от установената стойност и се задава от практически съображения. Очевидно е, че колкото Δ е по-малко, толкова продължителността на преходния процес е по-голяма.

Периодът на собствените колебания T_ω представлява времето, за което изходната величина прави едно колебание около установената стойност $y_{уст}$.

Статизъм на системата S

Статизмът на системата е показател на преходния процес, който дава оценка за грешката в установен режим на затворената система при стъпаловидно входно въздействие от вида (5.1) и се измерва в проценти и се определя от отношението

$$S = \frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{A} 100\,\%. \tag{5.4}$$

Ако отворената система има предавателна функция от вида

$$W_{OTE}(p) = W_p(p) W_o(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n},$$

тя може да се представи във вида

$$W_{OTE}(p) = \frac{K\left(\beta_0 p^m + \beta_1 p^{m-1} + \ldots + \beta_{m-1} p + 1\right)}{\alpha_0 p^n + \alpha_1 p^{n-1} + \ldots + \alpha_{n-1} p + 1}, \tag{5.5}$$

където: $K = \dfrac{b_m}{a_n}$, $\alpha_i = \dfrac{a_i}{a_n}$ и $\beta_j = \dfrac{b_j}{b_m}$.

Грешката в установен режим на затворената система е

$$\varepsilon_{\text{уст}} = \lim_{p \to 0} p . \frac{1}{1 + W_{\text{оте}}(p)} \frac{A}{p},$$

откъдето за статизма се получава

$$S = \frac{1}{1+K} 100\,\% = \frac{a_n}{a_n + b_m} 100\,\%. \tag{5.6}$$

Ако в предавателната функция на отворената система има интегриращо звено (коефициентът $a_n = 0$), за входен сигнал от вида (5.1) грешката и статизмът на системата са нула, т.е.

$$S = 0.$$

Към основните показатели на преходния процес могат да се добавят още и следните показатели:

- ***време за достигане на първия максимум*** $t_{\text{р}}$, което преставлява момента, в който изходната величина е равна на $y_{\max 1}$, т.е.

$$y(t_{\text{р}}) = y_{\max 1}; \tag{5.7}$$

- ***броят N на пълните колебания*** на преходния процес около $y_{уст}$ представлява този брой колебания, които системата извършва за време

$$0 \leq t \leq t_s . \tag{5.9}$$

Голямо е разнообразието на преходни процеси в системите за автоматично управление (фиг. 5.3), но в най-общ качествен смисъл те могат да се класифицират на:

- ***колебателен процес*** (крива 1), при който изходната величина има няколко превишавания на стойността $y_{уст} + \Delta$;

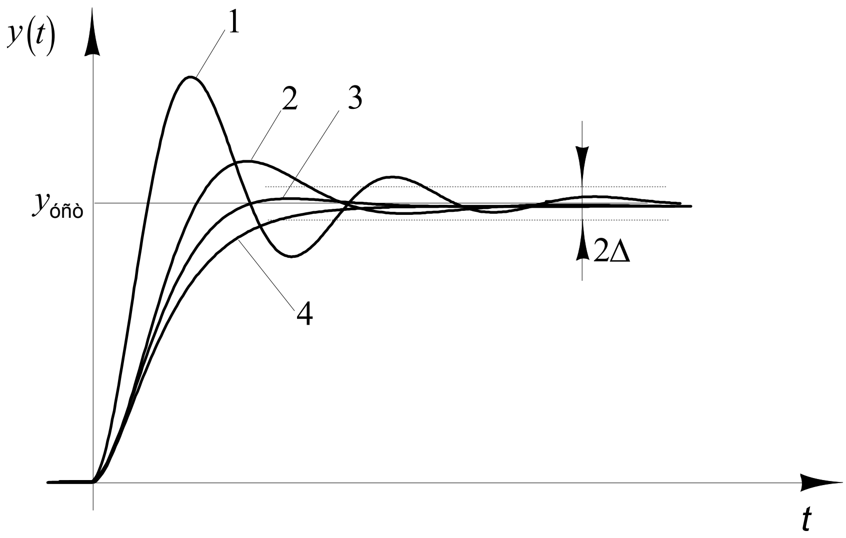
- преходен процес с едно пререгулиране (крива 2);

- ***преходен процес без пререгулиране*** (крива 3), при който се изпълнява условието

$$y(t) \leq y_{уст} + \Delta \quad за \quad 0 \leq t \leq t_s ; \tag{5.10}$$

- ***монотонен е този процес*** (крива 4), при който се изпълнява условието:

$$\operatorname{sign} \dot{y}(t) \geq 0 \quad за \quad 0 \leq t \leq t_s . \tag{5.11}$$



Фиг. 5.3. Видове преходни процеси

Изчисляване на статичната грешка – т.е. грешката на системата след приключване на преходния процес. Тя се определя в зависимост от вида на входните сигнали. Приемайки, че те са от типа на стъпаловидна скокова функция и системата е едноконтурна, според фиг.1.2 се вижда, че грешката има две компоненти: от входното задаващо въздействие X(p) и смущаващото въздействие X_c(p). Тогава въз основа на теоремата за установената стойност тя е равна на:

$$e_s = \lim_{p\to 0} p\frac{1}{1+W(p)}\frac{A}{p} + \lim_{p\to 0} p\frac{W_c(p)}{1+W(p)}\frac{f}{p}, \qquad (...)$$

където: A-големината на скоковия входен сигнал по задание, f - големината на скоковия входен сигнал по смущение и W(p) – е предавателната функция на отворената система.

Продължителност на преходния процес - Най-бърза приблизителна оценка за продължителността на преходния процес може да се получи чрез **степента на устойчивост,** термин под който се крие разстоянието от имагинерната ос на равнината на Гаус до най-близкия корен на характеристичното уравнение на затворената САР (независимо дали той е реален или комплексно спрегнат). Следователно, необходимо е да се намери характеристичното уравнение на затворената система и корените му. За системи от нисък ред тази задача е лесна. За системи от висок ред препоръчваме да се използва инструментариума на **Matlab** , чрез командата **roots** т.е**. r=roots(p) к**където **p** е задаващия вектор.

Намирайки корена с най-голям модул **α** продължителността на преходния процес можем до определим при колебателните процеси от **бързината на затихване,** която се дефинира като отношение между първите две максимални амплитуди на преходния процес:

$$q = \frac{\partial_{m1}}{\partial_{m2}} = e^{\frac{2\pi}{\omega_i}\alpha_i} = e^{T\alpha_i} \qquad (..)$$

където: α_i е реалната част на корена (работи се с първия хармоник),

ω_i е имагинерната част на корена,

T е периода на колебанията на съответния хармоник.

Често на практика се използва натуралния логаритъм на това отношение, известен като **логаритмичен декремент на затихването d, който** дава количествена оценка за скоростта на затихване на колебателния процес и се определя по формулата

$$d = \ln\frac{\partial_{m1}}{\partial_{m2}} = \ln e^{T\alpha_i} = T\alpha_i \quad d_\xi = \ln\frac{y_{\max\ i} - y_{\text{уст}}}{y_{\max\ i+1} - y_{\text{уст}}} \qquad (\quad)$$

Колкото е по-голям логаритмичният декремент, толкова по-бързо затихва преходният процес.

Според приетите договорености, ако не е предвидено друго яче, преходният процес се смята за завършен, ако навлезе в 5% зона на установения режим, т.е. определеното крайно отклонение от установения режим може да се дефинира като отношението $m = \frac{\partial_m}{\Delta}$. За нашия случай m=20 (20 пъти намаление) и замествайки в (.....), получаваме:

$$\ln m = \ln e^{T_{np}\alpha} = t_{np}\alpha \qquad (....)$$

от където и изразът за приблизителното време за установяване на преходния процес:

$$t_{np} = \frac{\ln m}{\alpha} = \frac{3}{\alpha} \qquad (==)$$

Където $\boldsymbol{\alpha}$ е корена с най-голям модул

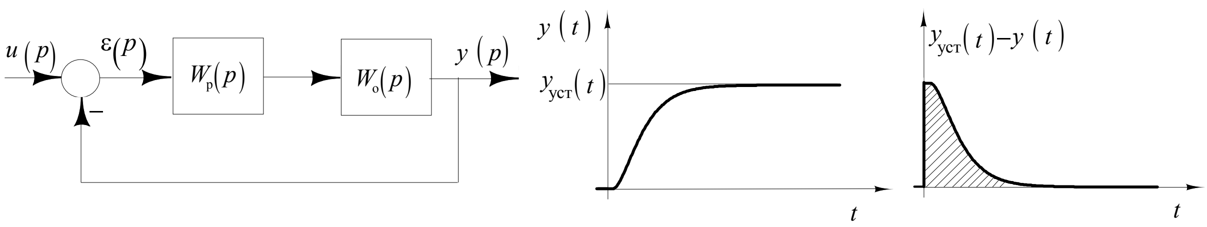
Относително затихване – намаляване амплитудата на колебанията на процеса за един период в %:

$$\xi = \frac{\partial_{m1}}{\partial_{m2}}100 = \left[1 - e^{-\frac{2\pi}{\omega}}\right]100\% \qquad \textbf{(...)}$$

Колебателност – брой на преминаването на преходната характеристика през установения режим до достигане на предписаната 5% зона на установяване $\mu = \frac{\omega}{\alpha}$ (..)

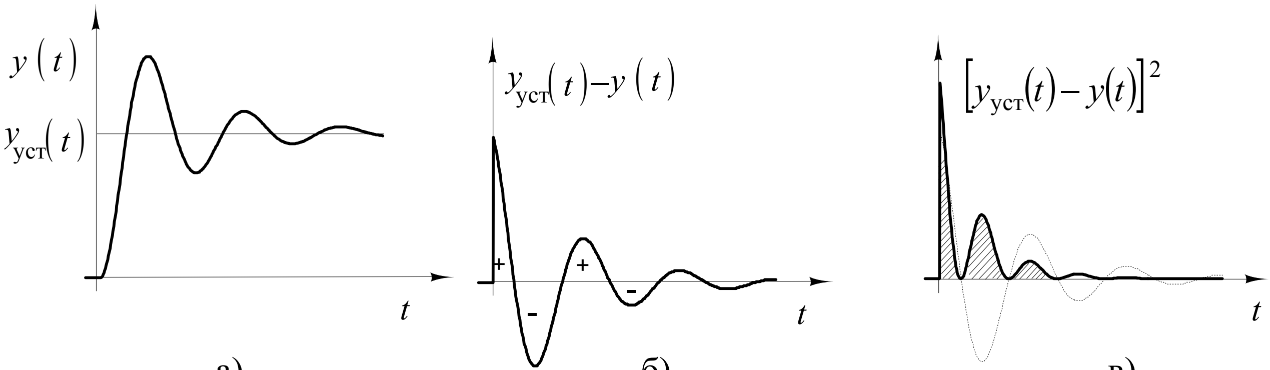
Закръгля се на цяло число. Взема се корена определящ колебанията на хармоника с най-ниска честота, т.е. корена намиращ се най-близко до имагинерната ос.

Интегрални критерии [===] От теорията е известно, че практически това е площта заключена между преходната характеристика и установената стойност на процеса при стъпална (скокова) промяна на управлението или смущението (Ще предполагаме, че те са във вид на 1(t).) Най-често се използва линейната интегрална оценка ($I_1 = \int_0^\infty [y(t) - y(\infty)]dt$), когато се сравняват и оценяват апериодични процеси (фиг...)



а) б) в)

и квадратичната интегрална оценка ($I_2 = \int_0^{\infty} \left[y(t) - y(\infty) \right]^2 dt$) (фиг...) , с по-добра чувствителност и без ограничение за колебателни процеси и апериодични процеси.



Фиг. 5.10. Интегрални оценки на качеството на процесите

Минимумът на тези оценки дават оптимума между две противоречиви изисквания, които се предявяват към САР- минимално време на преходния процес и минимално динамично отклонение.Предлагат се два практически метода за тяхното изчисляване:

1) $$I_1 = \lim_{p \to 0} \frac{1}{p} \left[W_y(p) - W_y(0) \right] \qquad (ллл)$$

Същия начин може да се приложи, ако предавателната функция по управление се смени с предавателната функция по смущение.

2) За изчисляване на I_2 се използва изразът (....) като при изчисляването на I_1 (.....), става без да се търси граница. Преписаме го в следния вид:

$$\frac{1}{p}\left[W_y(p) - W_y(0) \right] = \frac{P(p)}{Q(p)} = \frac{b_m + ... + b_1 + b_0}{a_n + ... + a_1 + a_0} \qquad (....)$$

Стойността на интеграла ще се получи по следния израз:

$$I = \frac{H_b}{2a_n H_a} \qquad , \qquad (....)$$

където H_a е детерминантата на Хурвиц от n-ти ред съставена от коефициентите на знаменателя Q(p) на (.....), а H_b е също детерминантата на Хурвиц от n-ти ред съставена от коефициентите на знаменателя Q(p) на (.....), като H_b с тази разлика, че числата на първия ред се получават от коефициентите на числителя H_a, както е показано по долу:

$$H_a = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-3} & \dots. & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & a_4 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} \quad (..)$$

$$H_b = \begin{vmatrix} (-1)^0\left[b_{n-1}^2 - 2b_n b_{n-2}\right] & (-1)^1\left[b_{n-2}^2 - 2b_{n-1} b_{n-3}\right] & (-1)^2\left[b_{n-3}^2 - 2b_{n-2} b_{n-4}\right] & \dots & \dots \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & a_4 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} \quad (..)$$

Пример: Ако $W_o = \dfrac{1}{(p+0{,}5)(p+1)}$ *и* $W_P = \dfrac{r_{-1}}{p}$, предавателната функция на затворената система ще бъде $F(p) = \dfrac{r_{-1}}{p^3 + 1{,}5p^2 + 0{,}5p + r_{-1}}$ и за стъпаловидна промяна на управляващото въздействие ще важи (...):

$$\frac{1}{p}\left[\frac{r_{-1}}{p^3 + 1{,}5p^2 + 0{,}5p + r_{-1}} + 1\right] = \frac{p^2 + 1{,}5p \;\; + 1{,}5r_{-1}}{p^3 + 1{,}5p^2 + 0{,}5p + r_{-1}}.$$

Изчисляваме интеграла по (....):

$$I = \frac{H_b}{2a_n H_a} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1{,}25 & 0{,}25 \\ 1 & 0{,}5 & 0 \\ 0 & 1{,}5 & r_{-1} \end{vmatrix}}{2\begin{vmatrix} 1{,}5 & r_{-1} & 0 \\ 1 & 0{,}5 & 0 \\ 0 & 1{,}5 & r_{-1} \end{vmatrix}} = \frac{1{,}75r_{-1} + 0{,}375}{2r_{-1}(0{,}75 - r_{-1})}$$

Чрез заместване на стойностите на интеграционната константа, намираме и стойността на I_2. С това приключва и поставената до тук задача, но задачата от практиката е да се намери такава настройка на *регулатора, т. е. такава стойност на r_{-1}, че стойността на I_2. да бъде минимална. Опитайте се да продължите и решите проблема докрай.*