Размито управление

Специфики на размитата логика, същност на размитите множества

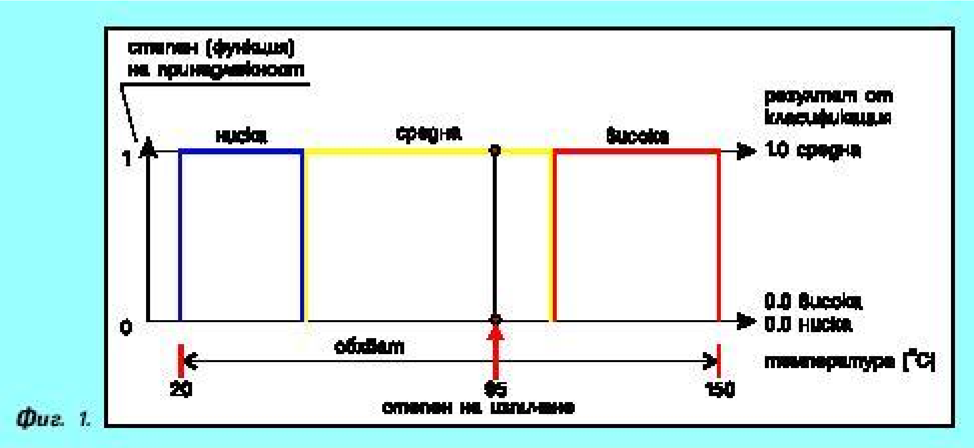
В продължение на вече откритата на страниците на сп. Инженеринг ревю тема за т.нар. размито управление, в настоящия брой публикуваме статия, посветена на спецификите на размитата логика и на същността на размитите множества.

Размитите множества са своеобразно обобщение на обикновените множества. Елементите на размитите множества притежават общите свойства на едно множество. Следователно, те принадлежат на размитото множество в различна степен, като от съществено значение е именно степента им на принадлежност.

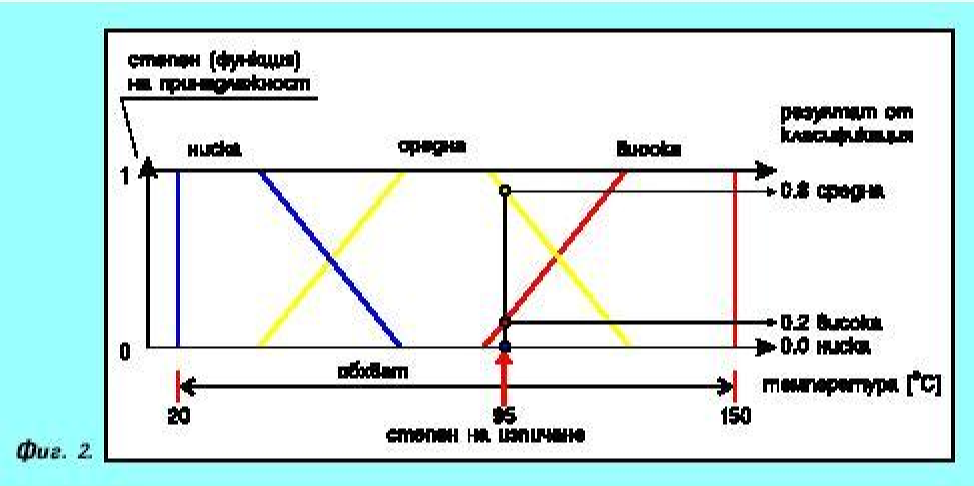
При размитите множества границите на принадлежност са постепенни (неопределени, преливащи), докато при обикновените множества те са отсечени (резки). По този начин размитостта представлява вид неопределеност, произтичаща от групирането на елементите в класове, които нямат строги и ясно определени граници. Ползите от размиването са по-голямата общност на разглежданията и възможността за моделиране на съществуващи проблеми в реалния свят, в който, както е добре известно, далеч не всичко е точно дефинирано. Освен това, размитостта е и добра методология за толериране на грешки.

Пример на размито множество

Нека направим допускането, че са налице три класически множества - с ниска, средна и висока температура на процесната променлива (фиг. 1). Ако класифицираме, т.е. оценим степента на принадлежност на процесната променлива към множествата, например за температура от 95 градуса Целзий, то ще се получи стойност 1 за множеството със средна температура и 0 за множествата с ниска и висока температура.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Ако се разгледа същият пример, но представен чрез размити множества, тогава той би изглеждал като показания на фиг. 2. Това неясно представяне изглежда по-реалистично и заедно с това по-близко до човешкия начин на мислене, понеже не съществува ясно разграничаване между средна и висока температура. По този начин температурата изглежда средна в определена степен (0,8), а също и висока в друга степен (0,2).

Нека използваме съществуващите теоретични дефиниции. Тогава U ще бъде обхватът на температурата в градуси Целзий, променливата u е текущата температура, а ако за размито множество A изберем средна температура, тогава за функцията на принадлежност mA(u) може да се запише, че: mA(95) = 0,8.

Аналогично, ако за размито множество A изберем висока температура, тогава функцията на принадлежност mA(u) ще бъде: mA(95) = 0,2. В посочения пример е използвано графично представяне на П-функцията с нейните частни варианти Г- и L-функции.

Размита логика (fuzzy logic)

Преди да се спрем на основните понятия в размитата логика, нека да разгледаме един термин с фундаментално значение - лингвистична променлива (ЛП).

Както вече бе казано, при изследване на технологичните процеси като обект за управление, значителна част от информацията има "обективно-субективен" характер и се изразява в категории и понятия на естествения език. За нейното формализирано представяне е въведено понятието лингвистична (словесна) променлива. Под ЛП се разбира променлива, стойностите на която представляват думи и изрази на естествен или изкуствен език. Например, ако технологичен процес се разглежда като лингвистична променлива n, то множеството T(n) на лингвистичните величини (или това е т. нар. терм-множество) може да се представи по следния начин:

T(технологичен процес) = добър + лош + много добър + удовлетворителен + неудовлетворителен + ...,

където всеки терм в T(технологичен процес) е знак на размитото подмножество на разглежданото множество от възможни обекти.

Така лингвистичната променлива представлява обобщена информация по приблизителен начин на естествения ни език, т.е. това са думи и фрази, терми (например "голямо", "малко" и др.) или терми с модификатор (напр. "много голямо", "много малко"...), отразяващи съдържателната страна на процесите.

Лингвистичната променлива се задава с набора:

(n, T(n), U, G, M),

където:

n е наименованието на ЛП;

T(n) е терм-множеството на променливата n, т.е. множеството от названия на лингвистичните стойности на променливата n, като всяка от тези стойности представлява размита променлива със стойности от универсалното множество U;

G е синтактично правило, което определя верността на формулираните изрази от T(n);

M е семантично правило, което за всяка променлива n определя смисъла й M(n), т.е. размитото подмножество M(n) на универсалното множество U.

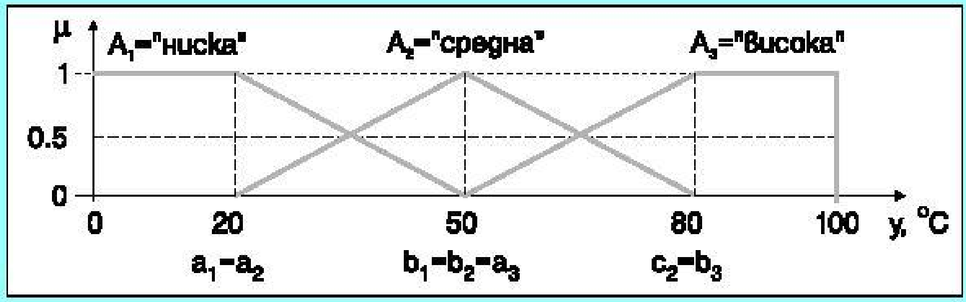
Ако се върнем на примера от фиг. 2, можем да кажем, че лингвистичната променлива с име u се дефинира еднозначно и пълно с - u, T(u), Uu, Gu, Mu

За да се внесе повече яснота, нека отново разгледаме един пример. В него лингвистичната променлива (ЛП) "y" отново ще е температура, която може да се променя в интервала от 0 до 100 градуса Целзий. Следователно :

y O Uy = [0, 100] °C.

Нека са дефинирани три нива на ЛП, а именно "ниска", "средна" и "висока", които се определят на базата на експертните ни познания за процеса. Или: y = "температура" = "ниска", "средна", "висока".

Целта е да бъдат съпоставени термите A1 = "ниска", A2 = "средна", A3 = "висока" и да бъдат представени в графичен, аналитичен и йерархичен вид. На фиг. 3, фиг. 4 и фиг. 5 са дадени съответните представяния.



Фиг. 3. Графично представяне

$$\mu_{A_1}(y) = L(y; a_1, b_1) = \begin{cases} 1, & y<20 \\ \dfrac{20-y}{50-20}, & 20 \le y \le 50 \\ 0, & y>50 \end{cases} \quad a_1=20, b_1=50$$

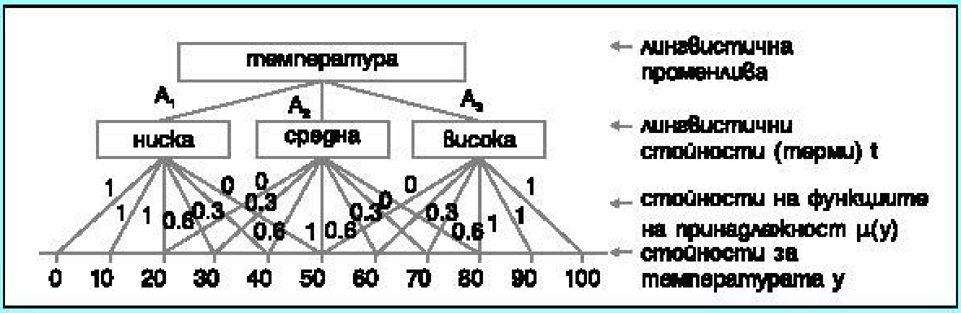
$$\mu_{A_2}(y) = \Lambda(y; a_2, b_2, c_2) = \begin{cases} 0, & y<20, y>80 \\ \dfrac{y-20}{50-20}, & 20 \le y < 50 \\ \dfrac{50-y}{80-50}, & 50 \le y \le 80 \end{cases} \quad a_2=20, b_2=50, c_2=80$$

$$\mu_{A_3}(y) = \Gamma(y; a_3, b_3) = \begin{cases} 0, & y<50 \\ \dfrac{y-50}{80-50}, & 50 \le y \le 80 \\ 1, & y>80 \end{cases} \quad a_3=50, b_3=80$$

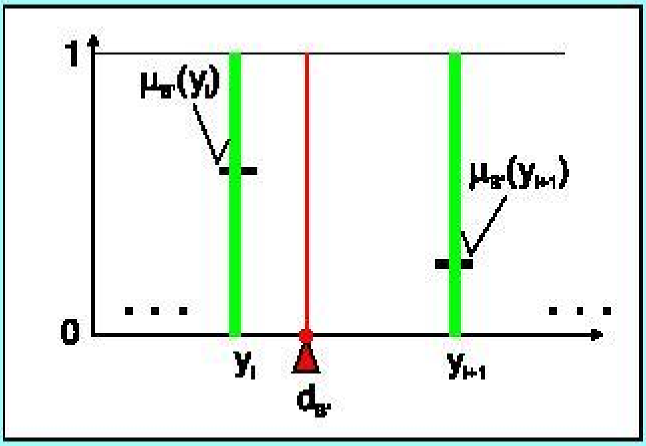
Фиг. 4. Аналитично представяне

Най-долу на фиг. 5 са нанесени стойностите на температурата или това е базовата променлива, а най-горе в йерархията се намира лингвистичната променлива "температура". Важно е да се отбележи, че термножеството T(n) зависи от контекста на знанията, които операторът-експерт въвежда в системата за управление. Тогава синтактичното правило G, пораждащо елементите на термножеството T(n), се обуславя от представите на експерта за предметната област, а семантичното правило M е един от елементите на знанието, въвеждано в системата. Казано по друг начин, синтактичните правила G генерират термите в T(n), докато семантичните (смисловите) правила M определят разположението на всеки терм в U.

За примера от фиг. 3, фиг. 4 и фиг. 5 трябва да се напомни, че степените (функциите) на принадлежност се задават субективно от експерти с цел подреждане в зависимост от контекста и дават степени на увереност, че даден елемент притежава определено свойство.



Фиг. 5. Йерархично представяне



Фиг. 6. Илюстрация на деразмиване по метода на претеглената средноаритметична стойност.

Размитите множества

могат да се използват като математически апарат за формализирано представяне на връзката между променливите на процеса в случая, когато знанията за поведението на изследвания обект се описват чрез логически релации от вида:

Ако (условие) То (действие) или: Ако (предпоставка) То (извод).

Като `Ако (`**`IF`**`) и То (`**`THEN`**`)` се наричат логически оператори.

Използват се също и операторите И (**AND**) и ИЛИ (**OR**) за образуване на съставно условие и Не (**NOT**) за инверсно условие, например:

IF (условие 1) **AND** (условие 2), **THEN** (действие).

Друг пример за логическа релация при управление разтварянето на кислород във вода би могъл да бъде:

Ако разходът на въздух е бил увеличен И концентрацията на разтворения кислород нараства, И скоростта на потребление на кислород не се изменя, То трябва да се намали разходът на въздух.

Процедурата за построяване на математически модел на процеса с използване апарата на размитите множества се състои в два основни етапа. На първия етап се формират множествата от размити стойности на входните величини Ai и на изходните величини Bi на обекта, където размитото подмножество Ai се определя от n-арно декартово произведение:

Ai = Ai1 x Ai2 x ... x Ain =

= Ai1 ^Ai2 ^ ... ^ Ain =

= Ai1 **AND** Ai2 **AND** ... **AND** Ain, като Aij O Uy, j = 1,2,... , n.

Видно е, че последният израз представлява математическото описание за изграждане на съставни условия с оператора AND.

Bi е размито подмножество на универсалното множество Y. Размитото множество Aij има функция на принадлежност mAij (uj) и съответства на j-та лингвистична променлива в i-то размито условно твърдение. Аналогично, Bi има функция на принадлежност mBi (y).

На втория етап на моделирането се формират логическите релации между размитите стойности на входните и на изходните величини:

R1 : **IF** A1 **THEN** B1

R2 : **IF** A2 **THEN** B2

Rn : **IF** An **THEN** Bn

По този начин размитата релация R определя и формализира връзката между входните величини u О U и изходните величини y О Y.

Тук е мястото да се добави, че в специализираната литература вместо термина "логическа релация" използват още и "правила" или "размити правила". Смисълът на всеки един от тях е, че става въпрос за числови обекти, които се решават чрез функционални таблици, компаратори и интерполация.

Например, нека разгледаме условен обект с два входа (u1 и u2) и един изход y:

```
R1 :   IF      u1 = A11
       AND     u2 = A21
       THEN    y  = B1
R2 :   IF      u1 = A12
       AND     u2 = A22
       THEN    y  = B2
```

В релациите се използва операторът AND за образуване на логическото условие. Понякога изразът:

u1 = A11 **AND** u2 = A21

се задава по следния начин:

mmin (u) = min {A11(u1), A21(u2)}.

По аналогичен начин се получава изразът: u1 = A11 OR u2 = A21. Следователно той би се трансформирал до следното представяне: mmax (u) = max {A11(u1), A21(u2)}.

Ако бе наличен изразът: u1 **NOT** A11, тогава: mnot (u) = 1- A11(u1).

Процес на деразмиване (defuzzification)

Преходът от размити към реални стойности, които представляват изводът (изходът) на набора от логически релации, може да се реализира чрез някой от следните методи:

Детерминираната стойност се определя като претеглена средноаритметична стойност.

Или:

dB'={SmB' (yi) . yi} / SmB' (yi)

където:

dB’ е детерминираната стойност;

yi са стойностите, за които е налице сингелтонна функция;

мB’(yi) е стойността на функцията на принадлежност за всеки yi.

За пояснение нека разгледаме фиг. 6. Нека приемем, че изходната лингвистична променлива има n терми от сингелтонен тип с параметър yi и за всеки от тях са налице функция на принадлежност мB’(yi). Тогава този метод за деразмиване определя изходната детерминирана стойност като претеглена средноаритметична стойност.

За детерминирана стойност на изходната величина се приема съответната максимална стойност на функцията на принадлежност.

В този случай, ако yi има сингелтон (фиг. 6) с най-голяма мB’(yi), то детерминираната стойност би била: dB’ = yi .

За детерминирана стойност на изходната величина се взима съответната минимална стойност на функцията на принадлежност.

Аналогично на предходното се избира стойността на yi, за който мB'(yi) е най-малка.

За детерминиран еквивалент се приема стойността, която разделя на две равни части площта под функцията на принадлежност.

Размити регулатори

Както вече бе посочено, методите за проектиране на системи за управление на технологични процеси предполагат наличието на модел на обекта. В редица случаи, обаче, те се характеризират със значително количество априорна, качествена информация. В такива случаи е необходимо логическите релации, които описват процеса в лингвистична (словесна) форма да бъдат трансформирани чрез апарата на размитите множества в алгоритъм за управление.

Синтезът на размит алгоритъм за управление включва следните стъпки:

- Описание на текущата ситуация в обекта;

- Класификация на ситуациите и определяне класовете на възможните решения;

- Определяне на размитото подмножество от решения;

- Вземане на окончателно решение.

Размито управление

Част I. Каква е разликата между традиционното управление с обратна връзка и размитото управление?

Размитото управление е област от автоматизацията, за която всеки е чувал, но специалистите с практически опит в прилагането й са малцина. Затова в тази и следващи статии в сп. Инженеринг ревю ще обърнем специално внимание на основните принципи, функции и възможности на размитото управление.

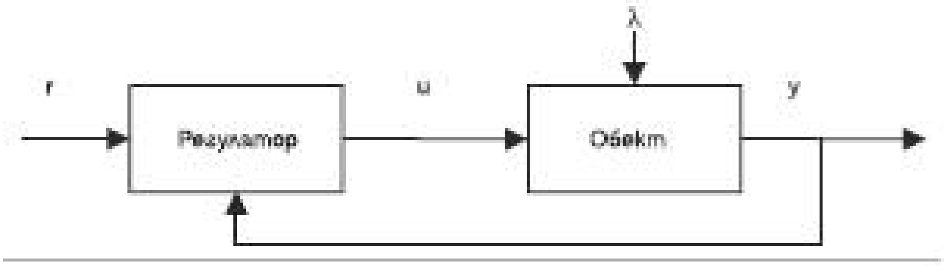
Какво включва терминът размито управление?

В редица случаи, автоматизацията на технологични процеси изисква използването не само на количествена, но и на качествена информация за целите на моделирането, оптимизацията и синтеза на системи за управление. Един от възможните способи за получаване на качествена информация е наблюдение върху хода на процеса. При него достоверността на информацията зависи съществено от степента на въздействие на околната среда върху експерта. Едновременно с това, качествената информация се формира при анализа на данни от експерименталните изследвания, физическото и математическо моделиране на процесите и явленията. Следователно, качествената информация представлява съвкупност от сведения, които отразяват смислови особености на процеса. Като правило, тези сведения се формулират от изследователя на недетерминиран език, отличаващ се твърде често с размития си характер. Например, вместо да използват точни изрази, като налягане 6,25 бара, 4,0 бара или 1,8 бара, често се използват оценки, като високо налягане, нормално налягане или ниско налягане, по отношение на налягането в даден апарат.

Това е причината, с цел компютърна обработка на качествената информация, в системите за управление да се налагат термини, благодарение на които словесното описание на един обект да се съпостави с числова система. В качеството на подходящ математически апарат, който да позволява осъществяването на този преход от словесно, т.е. качествено, описание на обекта, към количествена оценка на неговото състояние, най-широко се използват размитите множества. На основата им се синтезират прости и ефективни алгоритми за управление на процеса.

Традиционен метод за управление

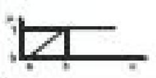
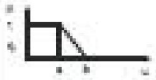
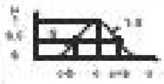
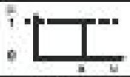
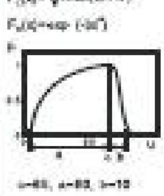
Преди да бъдат разгледани основните понятия в теорията на размитите множества, нека припомним традиционния метод за управление. На фиг. 1 е демонстриран принципът на управление с обратна връзка. Той е базов в теорията на автоматичното управление. Показаната на фигурата структура е максимално обобщена – в нея отсъстват важни компоненти, като измервателен елемент, изпълнителен механизъм и др. Нека направим приемането, че свойствата и характеристики им са отразени в т. нар. обобщен обект.



Максимално обобщено действието на системата за автоматично управление с обратна връзка би могло да се опише така: регулаторът има за задача да формира управление (u), при което действителният изход на обекта (y) да бъде с минимално отклонение от желания изход (r). По този начин се преодоляват смущаващите въздействия (l). Обикновено r се нарича задание, а y процесна променлива. Най-често отклонението е между желания и действителния изход се нарича грешка на системата, която се изразява с разликата: e = r - y.

Използвайки традиционния подход за автоматично управление на системата, показана на фиг. 1, специалистът по автоматизация би следвало да синтезира регулатор с алгоритъм, при който действителният изход на обекта (y) се съобразява с предварително зададен критерии за оптимално регулиране. За тази цел се извършва идентификация на обекта. Резултатът от нея представлява математическото му описание, т.е. предавателната му функция, във вид на диференциални уравнения.

*Табл. 1. Представяне на размити множества чрез техните функции на принадлежност. Със знака * са отбелязани функции на принадлежност, дефинирани съгласно различни вероятностни разпределения. С** са отбелязани съставни функции на принадлежност, най-общо несиметрични - на основата на сигмоидални, леви или десни.*

Функции на принадлежност	Аналитично представяне	Графично представяне
Γ-функция (отворена отдясно)	$\Gamma(u;a,b)=\begin{cases}0, & u<a\\ \frac{u-a}{b-a}, & a\le u\le b\\ 1, & u>b\end{cases}$	
S-функция (гладка, диференцируема, несиметрична)	$S(u;a,b,c)=\begin{cases}0, & u\le a\\ 2\left(\frac{u-a}{c-a}\right)^2, & a<u\le b\\ 1-2\left(\frac{u-c}{c-a}\right)^2, & b<u\le c\\ 1, & u>c\end{cases}$	
L-функция (отворена отляво)	$L(u;a,b)=\begin{cases}1, & u<a\\ \frac{b-u}{b-a}, & a\le u\le b\\ 0, & u>b\end{cases}$	
Λ-функция (триъгълна, камбанова, линейна)	$\Lambda(u;a,b,c)=\begin{cases}0, & u<a,\ u>b\\ \frac{u-a}{b-a}, & a\le u\le b\\ \frac{c-u}{c-b}, & b\le u\le c\end{cases}$ Параметрично: triangle $(u;a,b,c)=\max(\min(\frac{u-a}{b-a},\frac{c-u}{c-b}),0)$	
π-функция (камбанова, симетрична, гладка, диференцируема функция на Заде)	$\pi(u;b,c)=\begin{cases}S(u;c-b,c-\frac{b}{2},c), & u\le c\\ 1-S(u;c,c+\frac{b}{2},c+b) & u>c\end{cases}$	
Π-функция (трапецовидна, обобщение на Γ, L и Λ функциите)	$\Pi(u;a,b,c,d)=\begin{cases}0, & u<a,\ u>d\\ \frac{u-a}{b-a}, & a\le u<b\\ 1, & b\le u<c\\ \frac{d-u}{d-c}, & c\le u\le d\end{cases}$ Параметрично: trap $(u;a,b,c,d)=\max(\min(\frac{u-a}{b-a},1,\frac{d-u}{d-c}),0)$	
* Гаусова (гладка, диференцируема, инвариантна към умножение и Фурие преобразуване)	gaussian $(u;c,\sigma)=e^{-\frac{(u-c)^2}{2\sigma^2}}$ $\mu(u)=e^{-u^2}$ - нормирано с $\sigma=1$ и $c=0$	
* Бел (обобщена камбанова; функция на Коши; гладка, диференцируема; за b=0 - обърната камбанка)	$bell(u;a,b,c)=\frac{1}{1+\left\lvert\frac{u-c}{a}\right\rvert^{2b}}$	
Размит синглтон	$\mu(u)=\begin{cases}1, & u=a\\ 0, & u\neq a\end{cases}$	
+ Сигмоидална (несиметрична, отворена; използва се в невронните мрежи за функция на преобразуване)	$sig(u;a,c)=\frac{1}{1+e^{-a(u-c)}}$ a задава наклона в точка (c, 0.5)	
* L-R (лява - дясна; комбинирана, затворена)	$LR(u;c,a,b)=\begin{cases}F_L\left(\frac{c-u}{a}\right) & u<c\\ F_R\left(\frac{u-c}{b}\right) & u\ge c\end{cases}$ $F_L(0)=F_R(0)=1 \quad u=c$ $\lim_{u\to-\infty}F_L(u)=0 \quad \lim_{u\to+\infty}F_R(u)=0$ F_L, F_R - монотонни функции	

изволно множество A би могло да се определи еднозначно чрез функцията:

$$h_A(u)=\begin{cases}1, & ако\ u\in A\\ 0, & ако\ u\notin A\end{cases}$$

Трудности при използване на традиционните методи

Автоматичното управление с обратна връзка представлява добре „утъпкан” път, по който обикновено се минава безпроблемно и се постигат надеждни резултати. Възможно е обаче, традиционният подход да бъде труден или дори напълно неприложим. Сред случаите, при които това е така, са:

- Отсъства точен и несложен математически модел на обекта за управление. Известно е, че в практиката се налага управлението на много сложни обекти, например ректификационна колона. Необходимо е да се управляват и обекти, чието изследване е трудно или много скъпо.

- Не е възможно да бъде формулиран математически модел на целите и критериите за управление;

- Отсъстват методи за формален синтез на управляващи алгоритми;

- Няма достоверна и обективна количествена информация.

В подобни случаи в процеса за вземане на решение се налага използването на качествена и експертна информация, а тя е неточна, непълна, двусмислена, или казано накратко – размита.

Размити множества и размита логика

Създател на теорията за размитите множества е американският учен Лотфи Аскер Заде (Lotfi Asker Zadeh). Роденият през 1921 г. в Баку - Азербайджан, Заде преподава теория на системите от 1959 г. в университета Бъркли, САЩ. През 1965 г. той публикува първия си труд, посветен на размитите множества (fuzzy sets). Създадената теория скоро се превръща в обект на сериозен интерес в научните и инженерните среди, който продължава и до днес. Професор Заде създава теорията за размита логика (fuzzy logic) през 1973 г., намерила приложение не само в техниката, но и в много други сфери. Днес, размитата логика се използва както за целите на автоматизацията, така и за:

- създаване на алгоритми за разпознаване на изображения, образи и звуци;

- обработка на сигнали;

- количествен анализ в икономиката – изследване на финансови операции и др.;

- системи за вземане на решения – експертни системи за диагностика, планиране и предсказване и др.;

- обработка на информация – бази данни.

Интересен е фактът, че първото промишлено приложение на размитата логика е съвсем скоро след откриването й. През 1975 г., след проведено специализирано изследване, в Дания е пусната в работа циментова пещ с размито управление.

Кратка теория на размитите множества

В следващите редове се разглеждат редица основни понятия от теорията на размитите множества. Известно е, че в теорията на обикновените множества, едно произволно множество A би могло да се определи еднозначно чрез функцията:

Изразът би следвало да се чете като: hA(u) е равно на единица, ако u е елемент на множеството A, и hA(u) е нула, ако u не е елемент на множеството A. Прието е hA(u) да се нарича характеристична функция. Както е видно, обикновеното множество в класическата математика представлява съвкупност от елементи (обекти) - u, притежаващи известни общи свойства. Характеристичната функция е бинарна, тъй като тя заема само 2 стойности – нула и единица.

За разлика от обикновените множества, едно размито множество се образува чрез обобщаване на понятието принадлежност на елемента u към множеството A. По този начин двуелементното множество от стойности на hA(u) се разширява до континиума [0, 1] , т.е. интервала от стойности, започващ с 0 и завършващ с 1. Казано по друг начин, на размитото множество съответства функция на принадлежност mA(u) О [0, 1]. Математически, размитото множество A се определя като съвкупност от подредени двойки, съставени от елементите u на универсалното множество U и съответните функции (степени) на принадлежност mA(u):

A = {u, mA(u)}, като u О U и mA(u) О [0, 1].

В действителност, mA(u) представлява изображение, което съпоставя на всеки елемент от U число от интервала [0, 1]. Под универсално множество се разбира областта на разсъжденията или, примерно, диапазонът, в който може да се изменя един технологичен параметър.

Размитите множества се представят по различни начини. Например чрез изброяване. Начинът има за цел, чрез сумиране или интегриране да бъде представено обединението на едноточкови множества. Ако U се състои от краен брой елементи, то A се представя по начина:

A(ui) = m1/u1 + … + mn/un = е mj/uj , където i е равно от 1 до n. В израза mj/uj означава, че m = mj и u = uj , а U е крайно, дискретно множество.

Ако U е непрекъснато, универсално множество, записът придобива вида:

A(u) = т mA(u)/u .

U

Използват се и графични, и аналитични начини за представяне на размитите множества. В таблица 1 могат да се видят примери на най-разпространените функции на принадлежност.

Съставните (или композитни) функции на принадлежност (ФП) се получават чрез действия върху прости ФП, например събиране или изваждане.

Операции с размити множества

В процеса на описание на размитите множества следва да се разгледат и някои основни операции, които могат да се извършват с тях. Ако са налице две размити множества A и B, то:

Обединението на двете множества в пространството U представлява размитото множество A И B с функция на принадлежност от вида: mAИB(u) = max {mA(u), mB(u)}, където u О U;

Сечението на размитите множества A и B се определя като размито множество A З B със следната функция на принадлежност: mAЗB (u) = min {mA(u), mB(u)}, където u О U;

Допълнение на размитото множество A до U се нарича размито множество с характеристична функция: mAдоп (u) = 1- mA(u), където u О U.